Übungsmaterial zur Experimentalphysik

Elementarmathematik

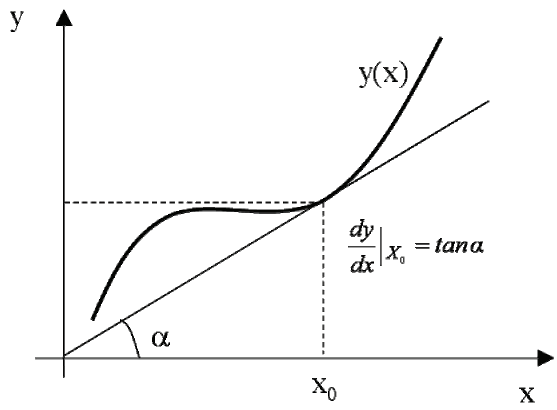
1.Darstellung von einfachen Funktionen einer Veränderlichen

.

$y(t) = t^2 + 3 \quad y(t) = 5 \cdot e^{-t} \quad y(t) = 4 \cdot (1 - e^{-t}) \quad y(t) = 3 \cdot ln(t+1) \quad y(t) = 2 \cdot sin(t)$

$x^2 + y^2 = 4 \quad \frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1 \quad \frac{x^2}{2^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1 \quad y^2 = 4x$

2.Differentiation von Funktionen einer Veränderlichen



$$y'(x) = \lim_{x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy(x)}{dx} = tan\,\alpha$$

<u>Bedeutung:</u>
Anstieg der Tangente an der Stelle x_0 der Funktion y(x)

Differentiationsregeln:

Potenzfunktion: $y' = (x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

Harmonische Funktionen: $y' = (sin(x))' = cos(x)$ $\quad y' = (cos(x))' = -sin(x)$

Exponentialfunktion: $y' = (a^x)' = ln(a) \cdot e^{x \cdot ln(a)}$ $\quad y' = (e^x)' = e^x$

Natürlicher Logarithmus: $y' = (ln\,x)' = \frac{1}{x}$

Produktregel: $(u(x) \cdot v(x))' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

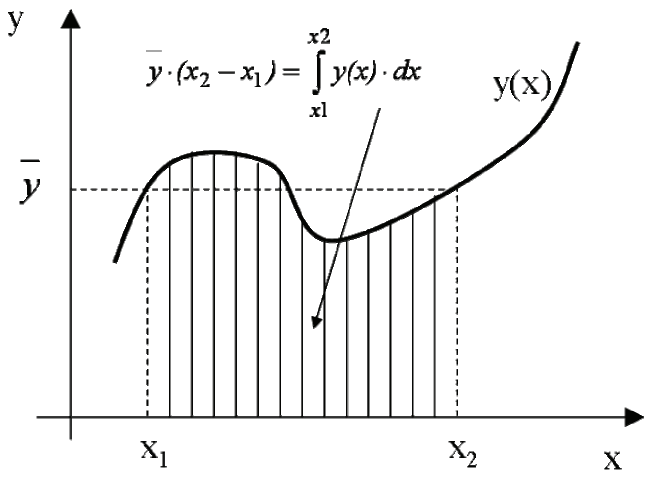
Quotientenregel: $\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)' = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{v^2}$

Kettenregel: $(u(\varphi(x)))' = (u(\varphi))' \cdot (\varphi(x))' = \frac{du(\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi(x)}{dx}$

Logarithmische Ableitung: $\frac{y'}{y} = (ln\,y)'$

3.Integration von Funktionen einer Veränderlichen

$$\int_{x1}^{x2} y(x)\cdot dx = Int(x2) - Int(x1)$$



<u>Bedeutung:</u>
Entspricht der Fläche unter der Funktion y(x) mit den Integrationsgrenzen x1 und x2

Mittelwertsatz der Integralrechnung:

$$\bar{y}\cdot(x2 - x1) = \int_{x1}^{x2} y(x)\cdot dx$$

Integrationsregeln:

Potenzfunktion: $\int x^n \cdot dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$

Harmonische Funktionen: $\int sin(x)\cdot dx = -cos(x)$ $\quad \int cos(x)\cdot dx = sin(x)$

Exponentialfunktion: $\int e^x dx = e^x$

Natürlicher Logarithmus: $\int \frac{1}{x}\cdot dx = ln\, x$

Konstanter Faktor: $\int a\cdot u(x)\cdot dx = a\cdot\int u(x)\cdot dx$

Summe, Differenz: $\int (u(x) \pm v(x))\cdot dx = \int u(x)\cdot dx \pm \int v(x)\cdot dx$

Substitution: $x = \varphi(t)$ $\quad \int u(x)\cdot dx = \int u(\varphi(t))\cdot \varphi'(t)\cdot dt$

Partielle Integration: $\int u\cdot dv = u\cdot v - \int v\cdot du$

4.Vektoralgebra

Vektor: $$\vec{a} = a_x \cdot \vec{e_x} + a_y \cdot \vec{e_y} + a_z \cdot \vec{e_z} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$$

Konstante Einheitsvektoren $\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z}$ im kartesischen Koordinatensystem:

$$\left|\vec{e_x}\right| = \left|\vec{e_y}\right| = \left|\vec{e_z}\right| = 1$$

Einheitsvektor in Richtung eines beliebigen Vektors:

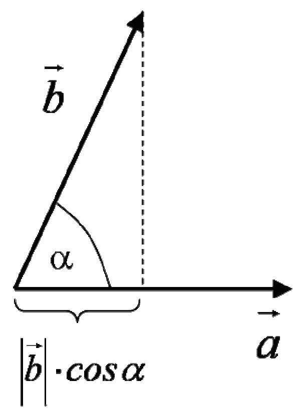
$$\vec{e_a} = \frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|} \qquad \vec{a} = \left|\vec{a}\right| \cdot \vec{e_a}$$

Betrag eines Vektors: $$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Summe, Differenz: $$\vec{a} \pm \vec{b} = \left(a_x \pm b_x\right) \cdot \vec{e_x} + \left(a_y \pm b_y\right) \cdot \vec{e_y} + \left(a_z \pm b_z\right) \cdot \vec{e_z}$$

Skalarprodukt: $$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot cos(\prec \vec{a}, \vec{b}) = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$$

<u>Bedeutung:</u> Projektion eines Vektors in die Richtung des anderen Vektors (Richtungskosinus)



Vektorprodukt: $$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{e_x} & \vec{e_y} & \vec{e_z} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y \\ a_z \cdot b_x - a_x \cdot b_z \\ a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x \end{pmatrix} = \vec{c}$$

<u>Bedeutung:</u> Vektor $\vec{c}$ steht senkrecht auf der Ebene, die von den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannt wird.

Rechte-Hand-Regel; Schraubenregel

Betrag des Vektorproduktes: $\left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot sin(\sphericalangle\, \vec{a},\vec{b}\,)$

<u>Bedeutung</u>: Fläche des Parallelogramms, das die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufspannen.