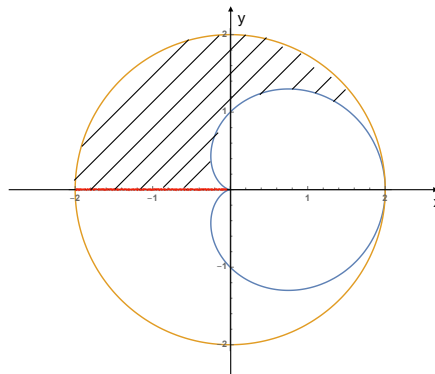


Aufgabe 1

(4 Punkte)

Berechnen Sie den Schwerpunkt der Fläche, die durch die Kardioide $r = 1 + \cos \varphi$, den Kreis $r = 2$ und die Strecke zwischen den Punkten $(0,0)$ und $(-2,0)$ berandet wird (Siehe Abbildung).



Für die x -Komponente des Flächenschwerpunktes gilt $x_s = \frac{1}{A} \iint_A x dA$, dabei sind A die entsprechende Gesamtfläche und dA das differentielle Flächenelement. Eine analoge Beziehung gilt für die y -Komponente.

Aufgabe 2

(6 Punkte)

Ein Körper wird beschrieben durch $z \geq 0$, $x^2 + y^2 + z^2 \leq 25$ und $x^2 + y^2 \geq 9$. Berechnen Sie

- das Volumen des Körpers;
- die Koordinaten des Schwerpunktes;
- das Trägheitsmoment bzgl. der z -Achse $J_z = \iiint r_{\perp}^2 \rho dV$. Hierbei ist r_{\perp} der Abstand zur z -Achse und ρ die konstante Massendichte des Körpers.

Aufgabe 3

(2 Punkte)

Ein Hohlzylinder mit dem inneren Radius R_1 und dem äußeren Radius R_2 steht auf der x, y -Ebene senkrecht und wird durch diese begrenzt. Die Zylinderachse stimmt mit der z -Achse überein. Berechnen Sie das Volumen des Hohlzylinders, wenn er oben durch die Fläche $z = 4/(x^2 + y^2)$ abgeschlossen ist.