Übungsblatt 7 Abgabe: Do 5. Dezember 2019

Aufgabe 1 *(3 Punkte)*

Berechnen Sie unter Verwendung der Differentiationsregeln für Vektoren $\vec{r} = \vec{r}(t)$ die Ableitungen
a) $\frac{d}{dt}|\vec{r}|$, b) $\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \dot{\vec{r}})$, c) $\frac{d}{dt}[\vec{r} \cdot (\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}})]$

Aufgabe 2 *(4 Punkte)*

In ebenen Polarkoordinaten r, φ wird die Bahnkurve eines Teilchens durch

$$\vec{r}(\varphi) = r(\varphi)\vec{e}_r, \quad r(\varphi) = \frac{a}{1 + b\cos\varphi}$$

mit $0 \leqslant b \leqslant 1$ beschrieben.

a) Berechnen Sie die Minimal- und Maximalwerte von r und skizzieren Sie die Bahnkurve mit selbstgewählten a und b.

b) Berechnen Sie einen Einheitsvektor $\vec{n}$ tangential zur Bahnkurve.

Aufgabe 3 *(2 Punkte)*

Berechnen Sie das Linienintegral

$$\int_C \vec{A} d\vec{r}$$

für $\vec{A} = xy^2\vec{e}_x + x^2y\vec{e}_y + xz^2\vec{e}_z$ längs der Kurve C mit dem Ortsvektor

$$\vec{r}(t) = t\vec{e}_x + t^2\vec{e}_y + t^3\vec{e}_z$$

mit $1 \leqslant t \leqslant 2$.

Aufgabe 4 *(4 Punkte)*

Gegeben seien drei Vektoren $\vec{a} = (1, 0, -1)$, $\vec{b} = (1, 2, 0)$ und $\vec{c} = (1, 1, 1)$.

a) Beweisen Sie, dass die drei Vektoren linear unabhängig sind.

b) Berechnen Sie $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ und $\vec{b} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b})$ und vergleichen Sie die Antworten.