



Übungsblatt 5

Abgabe: Do 21. November 2019

**Aufgabe 1**

(3 Punkte)

Berechnen Sie folgende Integrale

a)

$$\int_0^1 dy \int_{y^2}^y dx x^3$$

b)

$$\int_0^1 \int_{x^2}^x \sqrt{\frac{x}{y}} dy dx$$

c)

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\cos \theta} r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$$

**Aufgabe 2**

(3 Punkte)

Finden Sie das Minimum und Maximum der Funktion  $f(x, y) = x - y$  wenn  $x$  und  $y$  dem Kreis  $x^2 + y^2 = 1$  angehören.

**Aufgabe 3**

(5 Punkte)

Bestimmen Sie mit der Methode der Lagrange-Multiplikatoren die maximale und minimale Länge der Radiusvektoren, die in die Ellipse  $3x^2 - 4xy + 3y^2 = 2$  eingeschrieben werden können. Minimieren Sie also  $f(x, y) = x^2 + y^2$  unter der oben genannten Nebenbedingung.

**Aufgabe 4**

(4 Punkte)

Berechnen Sie den Laplace-Operator

$$\frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2}$$

in polar Koordinaten  $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ . Zeigen Sie Ihre Berechnung im Detail.