Übungsblatt 10 Abgabe: Do 9. Januar 2020

Aufgabe 1 *(3 Punkte)*

Berechnen Sie den Fluss Φ des Vektorfeldes $\vec{F} = (y, x, xz)$ ($\Phi = \int \vec{F} \circ d\vec{A}$) durch den Teil der Mantelfläche des Zylinders $\{x^2 + y^2 = 16, 0 \leqslant z \leqslant 5\}$, der im ersten Oktanten liegt.
Hinweis: Der erste Oktant ist $\mathbb{R}^3_+ = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geqslant 0, y \geqslant 0, z \geqslant 0\}$

Aufgabe 2 *(6 Punkte)*

Gegeben sei ein nach oben geöffneter Kegel dessen Spitze sich im Punkt $(0, 0, 0)$ befindet. Die Kegelachse fällt mit der z-Achse zusammen. Seine Höhe ist h und der Radius der Grundfläche sei r. Berechnen Sie unter Verwendung von Zylinderkoordinaten (ρ, φ, z)

(a) die Oberfläche des Kegels und

(b) den Fluss des Vektorfeldes $\vec{A}(\vec{r}) = a\rho^n(\cos\varphi, \sin\varphi, 0)$ durch die Kegeloberfläche.

Aufgabe 3 *(4 Punkte)*

Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{F}(\vec{r}) = -y\vec{e}_x + x\vec{e}_y + \lambda z\vec{e}_z$

Weisen Sie für dieses Vektorfeld

(a) die Gültigkeit des Satzes von Gauß für eine Integration über einen Zylinder vom Radius R mit der Höhe H nach. Der Zylinder ist koaxial zur z-Achse und es gelte $0 \leqslant z \leqslant H$

(b) die Gültigkeit des Satzes von Stokes für eine Integration über einen Kreis mit dem Radius R um die z-Achse bei $z = H$ nach.