Blatt 8 Abgabe: **Mittwoch, 11.12.19** vor der Vorlesung

Aufgabe 15 *Zum Spin eines Dreielektronensystems*

Gegeben seien drei Elektronen, die in irgendeiner Art und Weise gebunden sind. In dieser Aufgabe wollen wir uns ein wenig mit dem Spin dieses Dreikörperproblems befassen.

a) Zeigen Sie, dass die Funktion $\alpha(1)\alpha(2)\alpha(3)$ mit

$$S_{1z}\alpha(1) = \frac{1}{2}\alpha(1)$$

eine Eigenfunktion von S^2 und S_z ist und bestimmen Sie die dazugehörigen Eigenwerte.

b) Benutzen Sie den Absteigeoperator $S_- = S_{1-} + S_{2-} + S_{3-}$ um alle $2S+1$ Eigenfunktionen für $S = 3/2$ zu finden. Dazu benötigen Sie selbstverständlich auch die Funktion $\beta(1)$ für die

$$S_{1z}\beta(1) = -\frac{1}{2}\beta(1)$$

gilt.

Aufgabe 16 *3-Teilchensystem*

Es seien $\psi_{f_i}(\xi)$ orthonormierte Einteilchenwellenfunktionen. Konstruieren Sie daraus die Wellenfunktionen eines Systems, das aus drei identischen Teilchen besteht, die die Einteilchenquantenzustände mit den Quantenzahlen f_1, f_2 und f_3 besetzen können. Betrachten Sie Bosonen und Fermionen und lassen Sie auch die Möglichkeit zu, dass die Quantenzahlen f_i bzw. Untergruppen davon ggfs. identisch sind.

Hinweis: Die Variable ξ steht für Ort und Spin.

Aufgabe 17 *Etwas Formales zum Thema Identische Teilchen*

Es seien S_n und A_n die Symmetrisierungsoperatoren bzw. Antisymmetrisierungsoperatoren der Teilchen $1, 2, ..., n$ und S_{n-1} und A_{n-1} die Symmetrisierungsoperatoren bzw. Antisymmetrisierungsoperatoren der Teilchen $1, 2, ..., n-1$. Zeigen Sie, dass

$$S_n = \frac{1}{n}\left[1 + \sum_{i=1}^{n-1} P_{(in)}\right] S_{n-1} = \frac{1}{n} S_{n-1}\left[1 + \sum_{i=1}^{n-1} P_{(in)}\right] ,$$

$$A_n = \frac{1}{n}\left[1 - \sum_{i=1}^{n-1} P_{(in)}\right] A_{n-1} = \frac{1}{n} A_{n-1}\left[1 - \sum_{i=1}^{n-1} P_{(in)}\right] ,$$

wobei $P_{(ij)}$ der Operator für die Transposition (ij) ist.