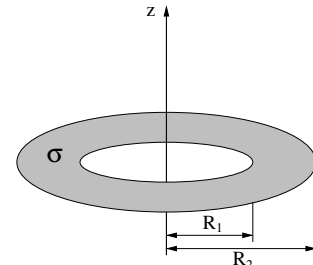


Aufgabe 21

Berechnen Sie elektrisches Potential $\Phi(z)$ und Feld $\mathbf{E}(z)$ auf der (Symmetrie-) Achse eines homogen geladenen Kreisrings (Flächenladungsdichte σ , Radien R_1, R_2).



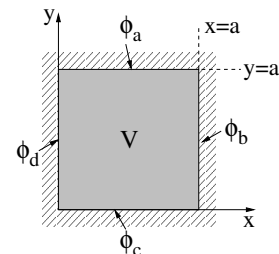
Diskutieren Sie beide Größen für große z . Betrachten Sie weiterhin die Grenzfälle

- (i) $R_1 \rightarrow 0$, bei festem R_2 ,
- (ii) $R_2 \rightarrow \infty$, bei festem R_1 ,
- (iii) $R_1 \rightarrow 0, R_2 \rightarrow \infty$.

Wie Sie sich überzeugen können, ist es nicht ganz einfach, Potential oder Feld abseits der Symmetrieachse zu berechnen. Versuchen Sie es trotzdem!

Aufgabe 22 *Randwertproblem des Potentials*

Ein zweidimensionales Randwertproblem harret seiner Lösung. Dabei werden vier Seiten eines Quadrates (Kantenlänge a) auf konstantem Potential ϕ_a, \dots, ϕ_d gehalten, das Innere des Quadrates ist ladungsfrei.



- (a) Bestimmen Sie alle Lösungen der (zweidimensionalen) Laplace-Gleichung $\Delta\phi(x, y) = 0$, welche die Form $\phi(x, y) = \xi(x)\chi(y)$ haben.
- (b) Bestimmen Sie zunächst das Potential $\phi(x, y)$ innerhalb des Quadrates im Fall $\phi_b = \phi_c = \phi_d = 0$. Machen Sie dazu für ϕ einen Reihenansatz in den Lösungen aus Teil (a). Durch geeignete Wahl der Koeffizienten lassen sich die Randbedingungen erfüllen.
- (c) Bestimmen Sie nun das Potential für beliebige ϕ_a, \dots, ϕ_d .

Aufgabe 23

Wie in Aufgabe 16 (b) sei die Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{r})$ endlich, sprich es ist $\rho(\mathbf{r}) = 0$ sobald $r > R$ für ein geeignetes R , aber nicht mehr notwendigerweise kugelsymmetrisch.

- (a) Bestätigen Sie direkt durch Taylorentwicklung, daß

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \frac{1}{r} + \frac{\mathbf{r}}{r^3} \cdot \mathbf{r}' + \dots$$

für $|\mathbf{r}| \gg |\mathbf{r}'|$. Wie lautet der nächste Term in der Reihe?

- (b) Beschreiben Sie anhand der Entwicklung aus (a) das Potential $\Phi(\mathbf{r})$ der endlichen Ladungsverteilung in der Fernzone (für große \mathbf{r}). Worin unterscheidet sich eine „neutrale“ Ladungsverteilung, mit Gesamtladung $Q = \int \rho dV = 0$ von einer Ladungsverteilung mit $Q \neq 0$? In welcher Weise passen eine kugelsymmetrische Ladungsverteilung und der elektrische Dipol in dieses Bild?
- (c) Betrachten Sie die rechterhand skizzierte Ladungsanordnung, bestehend aus einer Ladung $+2Q$ bei $z = 0$ und je einer Ladung $-Q$ bei $z = \pm a$. Berechnen Sie Potential und Feld im Grenzfall $a \rightarrow 0$, wobei Qa^2 fest sei. Diskutieren Sie Ihr Ergebnis im Hinblick auf die ersten beiden Aufgabenteile.

