



Übungsblatt 4

Abgabe: Dienstag 12.11.2019

**Aufgabe 7**

(20 Punkte)

**Chemische Reaktionen:**

Wir betrachten eine chemische Reaktion der Form

$$\sum_i \nu_i A_i = 0 \quad (1)$$

die bei fester Temperatur und festem Druck abläuft, wobei die stöchiometrischen Koeffizienten  $\nu_i$  ganzzahlig sind und positiv oder negativ sein können, und die  $A_i$  die chemischen Stoffe, die an der Reaktion beteiligt sind, darstellen. Zum Beispiel sind für die Reaktion des Haber-Bosch-Verfahrens,  $3\text{H}_2 + \text{N}_2 \rightleftharpoons 2\text{NH}_3$ , die entsprechenden Reaktionsstoffe  $A_1 \equiv \text{H}_2$ ,  $A_2 \equiv \text{N}_2$ , und  $A_3 \equiv \text{NH}_3$ , und die entsprechende Gleichung wird als  $-3\text{H}_2 - \text{N}_2 + 2\text{NH}_3 = 0$  geschrieben, so dass  $\nu_1 = -3$ ,  $\nu_2 = -1$  und  $\nu_3 = 2$  gilt. Reaktionsstoffe mit negativen  $\nu_i$  entsprechen den Reaktionsedukten, mit positiven  $\nu_i$  den Reaktionsprodukten. In der chemischen Reaktion sind die Änderungen der Teilchenzahlen der Reaktionsedukte und -produkte durch die stöchiometrischen Koeffizienten gekoppelt, d.h.  $dN_i = \nu_i d\xi$ , wobei  $\xi$  Reaktionslaufzahl heißt und angibt, wie oft die chemische Reaktion im System abläuft. Es gilt  $N_i = \nu_i \xi + N_{i,0}$  wobei  $N_{i,0}$  die Stoffmenge zu Beginn der Reaktion darstellt.

a) Zeigen Sie, dass die Gibbssche freie Enthalpie der Gleichung

$$dG = -SdT + Vdp + \mathcal{A}d\xi \quad (2)$$

genügt, wobei  $\mathcal{A} = \sum_i \nu_i \mu_i$  die sogenannte Affinität ist, und  $\mu_i$  das chemische Potential des  $i$ -ten Stoffes darstellt. Im Gleichgewicht muss  $G$  minimal sein, so dass  $\partial G / \partial \xi|_{p,T} \equiv \mathcal{A} = 0$  gilt. (3 Punkte)

b) Im Falle, dass ideale Gasgleichungen verwendet werden können, gilt

$$\mu_i(p_i, T) = \mu_{i,0}(p_0, T_0) - k_B T \ln \left( \frac{p_i T_0^{\frac{5}{2}}}{p_0 T^{\frac{5}{2}}} \right) \quad (3)$$

wobei  $p_i = x_i p$  der Partialdruck der  $i$ -ten Komponente ist, und  $\mu_{i,0}$ ,  $p_0$  und  $T_0$  Referenzgrößen sind. Die Stoffmengenkonzentrationen sind  $x_i = N_i/N$  mit  $N = \sum_j N_j$ . Leiten Sie aus der Euler-Beziehung  $G = \sum_i N_i \mu_i$  eine Gleichung für  $G(p, T, \xi)$  her, und aus dieser eine Gleichung für  $\mathcal{A}(p, T, \xi)$ . Diese Gleichungen werden eine Größe  $\mathcal{A}_0 \equiv \sum_i \nu_i \mu_{i,0}(p_0, T_0)$  enthalten, welche für verschiedene chemische Stoffe tabelliert ist und als bekannt angenommen werden kann. (7 Punkte)

c) Im chemischen Gleichgewicht gilt  $\mathcal{A}(p, T, \xi) = 0$ . Leiten Sie daraus die Beziehung

$$\prod_i x_i^{\nu_i} = \left[ \frac{p_0}{p} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{5}{2}} \right]^{\bar{\nu}} \exp \left( -\frac{\mathcal{A}_0}{k_B T} \right) \quad (4)$$

her, wobei  $\bar{\nu} \equiv \sum_i \nu_i$ . Diese Beziehung heißt Massenwirkungsgesetz für die Stoffmengenkonzentrationen. (7 Punkte)

- d) Schreiben Sie das Massenwirkungsgezet für die Reaktionsgleichung des Haber-Bosch-Verfahrens (siehe oben) explizit auf. (3 Punkte)

**Zusatzaufgabe 4**

*(5 Punkte)*

**Osmotischer Druck des Blutplasmas:**

Der osmotische Druck des Blutplasmas entspricht dem einer 0.9%-igen Kochsalz-Lösung (physiologische Kochsalz-Lösung, Kochsalz=NaCl). Eine Lösung mit diesem osmotischen Druck nennt man isotonisch. Bringt man Erythrocyten oder andere Zellen in eine hypotonische Lösung (Lösung mit einem geringeren osmotischen Druck), z.B. destilliertes Wasser, so diffundiert Wasser in die Zellen ein, das Zellvolumen nimmt zu, und die Zellen können sogar platzen. Ist die umgebende Lösung hypertotonisch, z.B. eine 10%-ige Kochsalzlösung, diffundiert Wasser aus der Zelle heraus, das Zellvolumen nimmt ab, und die Erythrocyten nehmen eine verschrumpelte Gestalt an.

Berechnen Sie den osmotischen Druck im Blutplasma. Dies ist der Druck, dem eine Zelle standhalten muss, wenn sie sich in destilliertem Wasser befindet. Der osmotische Druck in destilliertem Wasser beträgt 0 Pa.