

Versuch O5 - Refraktometer nach Abbé		
Namen:		
Gruppennummer:	lfd. Nummer:	Datum:

1. Aufgabenstellung

1.1. Versuchsziel

Messung des Brechungsindex von Flüssigkeiten mit dem Abbé-Refraktometer

Verschaffen Sie sich Kenntnisse zu folgenden Schwerpunkten des Versuches:

- Lichtausbreitung in transparenten Medien, Lorentz-Lorenz-Gleichung
- Temperaturabhängigkeit des Brechungsindex
- Strahlenmodell der Lichtausbreitung, FERMATsches Prinzip
- Brechungsgesetz, Totalreflexion
- Funktionsweise des Abbé-Refraktometers

1.2. Messungen

- 1.2.1. Bestimmen Sie den Brechungsindex von destilliertem Wasser bei den **am Thermometer des Refraktometers** angezeigten Temperaturen $T_{\text{C}} = 10, 15, 20, 25$ und 30°C (Lichtwellenlänge $\lambda = 589\text{nm}$). Während der Heizphase ist beim Erreichen eines Temperaturwertes mindestens 4 Minuten bis zum Ablesen des Brechungsindex zu warten, um den Wärmeausgleich zu garantieren (siehe dazu auch Abschnitt 3.2). Bestimmen Sie bei jeder Temperatur den Brechungsindex als Mittelwert aus 3 aufeinander folgenden Messungen, indem Sie die Hell-Dunkel-Grenze jeweils neu auf das Fadenkreuz einstellen.
- 1.2.2. Tauschen Sie am Ende der Messreihe (bei 30°C) die Messflüssigkeit „Wasser“ gegen „Ethanol 99,8%“ aus. **Reinigen Sie zuvor beide Prismenflächen (s. Abschnitt 3.3)!** Nehmen Sie dann die Temperaturabhängigkeit des Brechungsindex von Ethanol auf, indem die Flüssigkeit in gleichen Temperaturschritten wie unter 1.2.1 wieder auf 10°C abgekühlt wird. Der Abkühlvorgang erfolgt langsam, so dass es genügt, bei jedem erreichten Temperaturwert ca. 2 Minuten bis zum Ablesen des Brechungsindex zu warten.

1.3. Auswertungen

- 1.3.1. Ermitteln Sie durch Anwendung der Gln. (7) und (8) die Polarisierbarkeit α von Wasser und Ethanol sowie den Volumenausdehnungskoeffizienten κ für beide Flüssigkeiten mittels der LINEAREN REGRESSION. Berechnen Sie die zugehörigen Messunsicherheiten nach Gl. (9). Kann sich die Temperaturabhängigkeit des Brechungsindex vom Glas des Messprismas auf die Ergebnisse auswirken?
- 1.3.2. Schätzen Sie anhand der Temperaturabhängigkeiten der Brechungsindizes von Wasser und Ethanol ab, bei welcher Temperatur beide Brechungsindizes theoretisch übereinstimmen würden. Verwenden Sie hierzu die Parameter beider Regressionsgeraden.

Dichten (20°C): $\rho_{\text{Wasser}} = 998,2 \text{ kgm}^{-3}$, $\rho_{\text{Ethanol}} = 789,3 \text{ kgm}^{-3}$,
Molare Massen: $M_{\text{Wasser}} = 18,015 \text{ g mol}^{-1}$, $M_{\text{Ethanol}} = 46,069 \text{ g mol}^{-1}$,
 $N_{\text{A}} = 6,025 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As V}^{-1}\text{m}^{-1}$.

Literaturwerte: $\alpha_{\text{Wasser}} = 1,637 \cdot 10^{-40} \text{ A}^2 \text{ s}^2 \text{ m}^2 \text{ J}^{-1}$, $\alpha_{\text{Ethanol}} = 5,704 \cdot 10^{-40} \text{ A}^2 \text{ s}^2 \text{ m}^2 \text{ J}^{-1}$

2. Grundlagen

Die Beschreibung des Lichtes als elektromagnetische Welle erlaubt es, seine Wechselwirkung mit Materie durch ein relativ einfaches Modell zu erklären. In diesem wird das Material als Ansammlung von atomaren bzw. molekularen elektrischen Dipolen behandelt, die unter dem Einfluss der elektrischen Feldstärke der Lichtwelle in Schwingungen versetzt werden. Dabei spielt die elektrische Polarisierbarkeit der Moleküle eine zentrale Rolle, die neben der Dichte des Stoffes den Brechungsindex des Mediums bestimmt.

2.1. Ausbreitung von Licht in Materie (Dispersionstheorie)

Bei vielen dielektrischen Stoffen fallen positiver und negativer Ladungsschwerpunkt der Moleküle zusammen, so dass sie normalerweise kein permanentes Dipolmoment aufweisen. Durch ein elektrisches Feld werden jedoch Ladungsverschiebungen bewirkt und Dipole induziert, die der Frequenz des äußeren Feldes folgen (s. Abb.1).

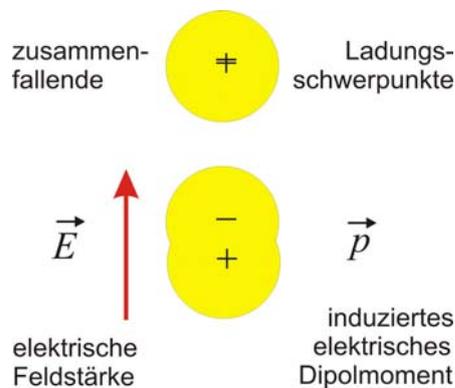


Abb. 1
Positiver und negativer Ladungsschwerpunkt eines Moleküls ohne und unter Einfluss eines äußeren elektrischen Feldes.

Zwischen induziertem Dipolmoment und elektrischer Feldstärke besteht in erster Näherung ein linearer Zusammenhang:

$$\vec{p} = \alpha \cdot \vec{E} \quad , \quad (1)$$

wobei die Proportionalitätskonstante α als elektrische Polarisierbarkeit bezeichnet wird.

Die molekularen elektrischen Dipole verhalten sich wie klassische gedämpfte Oszillatoren, die zu erzwungenen Schwingungen angeregt werden und der Primärwelle Energie entziehen. Dabei strahlen sie ihrerseits wieder elektromagnetische Wellen mit der gleichen Frequenz aus, die sich ebenso wie die Erregerwelle mit Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0 ausbreiten, jedoch gegenüber der Erregerwelle phasenverzögert sind (s. Abb.2).

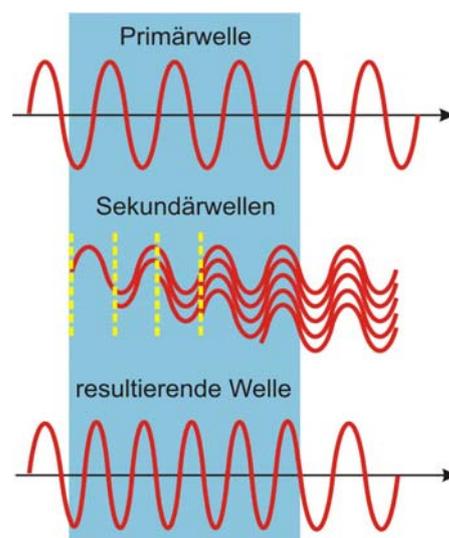


Abb. 2
Illustration der Entstehung von Sekundärwellen in einem optischen Medium und deren Überlagerung mit der Primärwelle.

Primärwelle und Sekundärwellen überlagern sich. Aufgrund der Phasenverzögerung der Sekundärwellen ist die resultierende Welle ebenfalls phasenverzögert. Da die Primärwelle beim Durchlaufen des Medium ständig weitere Sekundärwellen erzeugt, wächst die Gesamtphasenverzögerung mit zunehmender Dicke des Materials. Diese Verzögerung interpretiert man als kleinere Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Welle im Medium.

Das Verhältnis aus der Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0 und der Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes c in einem transparenten Medium wird als Brechungsindex bzw. Brechzahl n des Mediums bezeichnet:

$$n = \frac{c_0}{c} \quad . \quad (2)$$

Zwischen n und der molekularen elektrischen Polarisierbarkeit α des Mediums besteht ein Zusammenhang, der durch die Lorentz-Lorenz-Gleichung beschrieben wird:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{\alpha \cdot N_A}{3 \cdot \epsilon_0 \cdot M} \cdot \rho \quad , \quad (3)$$

dabei sind N_A die Avogadrokonstante, ϵ_0 die elektrische Feldkonstante und M die Molmasse des Mediums. Die elektrische Polarisierbarkeit α ist in der Regel eine Konstante, solange der Aggregatzustand des Stoffes erhalten bleibt. Daher wird Temperaturabhängigkeit des Brechungsindex allein dadurch bewirkt, dass die Dichte $\rho = f(T)$ infolge der thermischen Volumenausdehnung eine Funktion der Temperatur ist.

2.2. Temperaturabhängigkeit der Dichte

Für die Temperaturabhängigkeit der Dichte ρ bei Temperaturen um 20°C gilt unter Berücksichtigung des Volumenausdehnungskoeffizienten κ in linearer Näherung

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0 \cdot [1 + \kappa \cdot (T - T_0)]} \quad \text{mit } V_0 = V(T_0) \quad \text{und } T_0 = 20^\circ\text{C} \\ &\approx \frac{m}{V_0} \cdot [1 - \kappa \cdot (T - T_0)] = \rho_0 \cdot [1 - \kappa \cdot (T - T_0)] \quad , \quad \rho_0 = \rho(T_0) = \rho_{20^\circ\text{C}} \end{aligned} \quad (4)$$

(m – Masse V - Volumen).

2.3. Lichtbrechung

Trifft ein Lichtstrahl auf die Grenzfläche zweier transparenter Medien unter einem Winkel γ , so wird ein Teil des Lichtes reflektiert und der andere Teil tritt in das zweite Medium mit veränderter Ausbreitungsrichtung β ein (Abb.3) [1]. Diese Erscheinung ist als Lichtbrechung bekannt (Snellius'sches Brechungsgesetz). Ihre Ursache besteht in der beschriebenen unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der Lichtwelle in beiden Medien. Für den Einfallswinkel und Brechungswinkel gilt unter Berücksichtigung von Gl. (2):

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{c_{\text{Medium1}}}{c_{\text{Medium2}}} = \frac{n_{\text{Medium2}}}{n_{\text{Medium1}}} = \text{const.} \quad . \quad (5)$$

Nach Gl.(2) ergibt sich für den Brechungsindex des Vakuums der Wert $n_0 = 1$. Das Medium mit dem größeren Brechungsindex bezeichnet man als **optisch dichter**, das andere als **optisch dünner**. Beim Übergang des Lichtes von einem optisch dünneren in ein optisch dichteres Medium ($n_2 > n_1$) wird der Strahl zum Einfallslot hin gebrochen. Betrachtet man hingegen Übergänge vom optisch dichteren ins optisch dünnere Medium ($n_2 < n_1$), so erfolgt die Lichtbrechung vom Einfallslot weg.

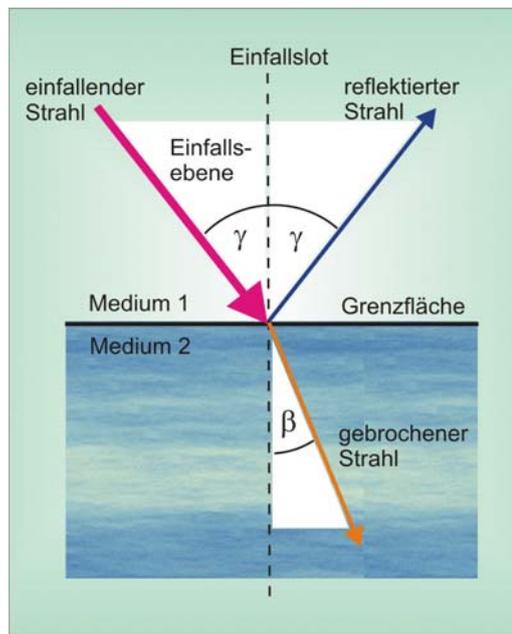


Abb. 3 Lichtbrechung beim Übergang von einem optisch dünneren in ein optisch dichteres Medien.

Wird der Einfallswinkel γ des Lichtstrahls beim Übergang vom optisch dichteren ins optisch dünnere Medium immer weiter vergrößert, so erreicht man einen Zustand, bei dem $\beta = 90^\circ$ beträgt (Abb. 4). Das bedeutet, dass beim Überschreiten dieses Grenzwinkels γ_T ein Übergang des Lichtes in das optisch dünnere Medium nicht mehr möglich ist. Es wird in diesem Fall vollständig reflektiert, was als **Totalreflexion** bezeichnet wird [2].

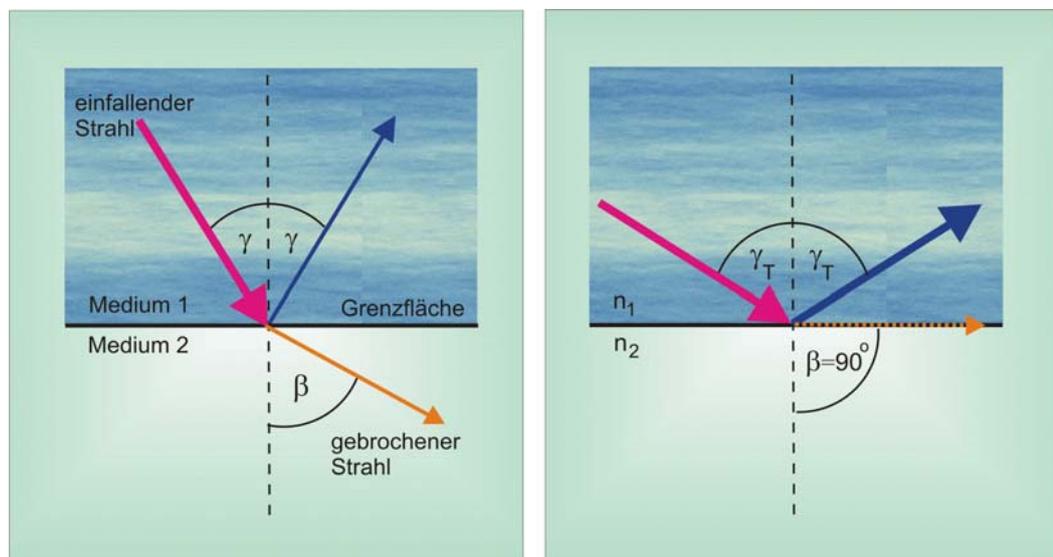


Abb. 4 Totalreflexion des Lichtes beim Überschreiten des Grenzwinkels γ_T im Fall eines Übergangs vom optisch dichteren zum optisch dünneren Medium.

Ausgehend von Gl.(5) gilt für den Grenzwinkel γ_T :

$$\frac{\sin \gamma_T}{\sin 90^\circ} = \sin \gamma_T = \frac{n_2}{n_1} \quad \rightarrow \quad n_2 = n_1 \cdot \sin \gamma_T \quad (6)$$

Ist demzufolge einer der beiden Brechungsindizes bekannt, so kann der andere mit Kenntnis des Grenzwinkels der Totalreflexion berechnet werden.

2.4. Funktionsprinzip des Abbé-Refraktometers

Die Ermittlung des Grenzwinkels der Totalreflexion γ_T kann z.B. dadurch erfolgen, dass das optisch dünnere Medium (Flüssigkeit) diffus beleuchtet wird. Dadurch wird die Grenzfläche von Lichtstrahlen unter allen möglichen Winkeln zwischen 0° und 90° getroffen. Unter Beachtung, dass der **Strahlengang auch umgekehrt** betrachtet werden kann, treten diese Lichtstrahlen in das optisch dichtere Medium (Glas) nur unter Winkeln $\gamma < \gamma_T$ ein (Abb.5).

Unter Verwendung einer nachfolgend angeordneten Linse, welche jedes unter einem bestimmten Winkel einfallende parallele Strahlenbündel auf einen definierten Punkt innerhalb ihrer Brennebene fokussiert, entsteht in dieser ein beleuchteter (hell) und unbeleuchteter (dunkel) Bereich, dessen Grenzlinie in unmittelbarer Beziehung zum Grenzwinkel der Totalreflexion steht. Dieses Prinzip wurde von dem deutschen Optiker **Ernst Abbé** erstmalig technisch umgesetzt. Mit dem nach ihm benannten Refraktometer können die Brechungsindizes von Flüssigkeiten bestimmt werden [3].

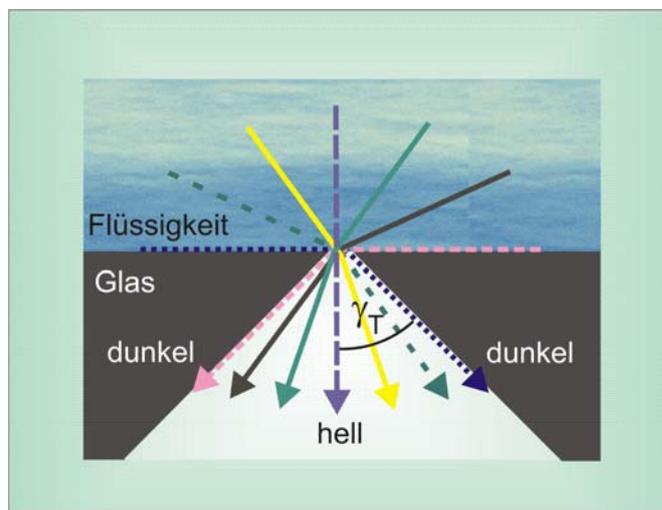


Abb. 5 Grafische Darstellung der Beziehung zwischen Totalreflexion und Grenzlinie des Hell-Dunkel-Bereiches.

Das Abbé-Refraktometer besteht aus einer drehbaren Anordnung zweier Prismen (Beleuchtungsprisma und Messprisma) mit einem kleinen Zwischenraum zur Aufnahme der zu untersuchenden Flüssigkeit (Abb.6).

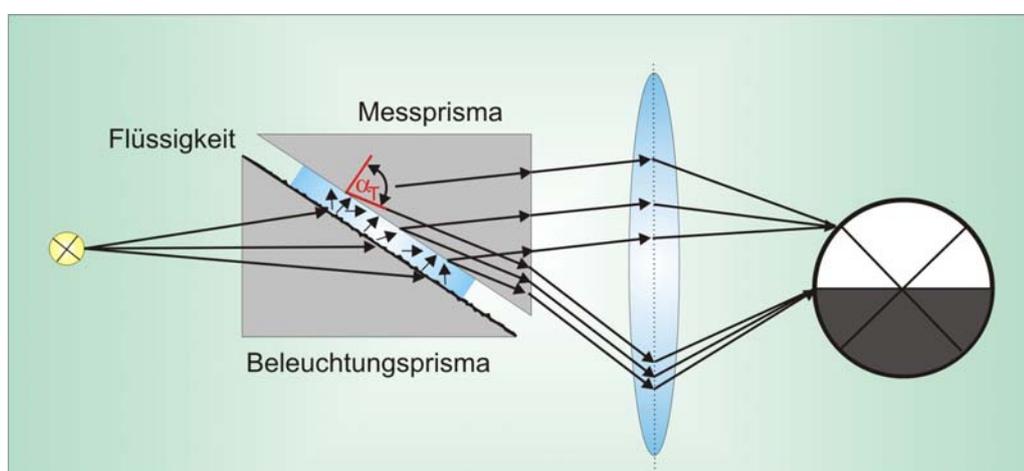


Abb. 6 Schematische Darstellung des Funktionsprinzips eines Abbé-Refraktometers.

Die der Flüssigkeit zugewandten Seite des Beleuchtungsprismas ist aufgeraut, wodurch das einfallende Licht in alle Raumrichtungen gestreut wird (sekundäre Streulichtquelle). In das Messprisma tritt jedoch nur Strahlung innerhalb eines durch die Totalreflexion definierten Winkelbereiches. Mit einer Linse wird ein Hell-Dunkel-Bereich erzeugt, dessen Grenzlinie mit einem Fernrohr detektierbar ist. Eine Verbindung zwischen der Prismenanordnung und einer kalibrierten Skale erlaubt das Ablesen des Brechungsindex der betreffenden Flüssigkeit nach Einstellung der Hell-Dunkel-Grenze auf ein in das Fernrohr integriertes Fadenkreuz.

3. Experiment

3.1. Geräte / Material

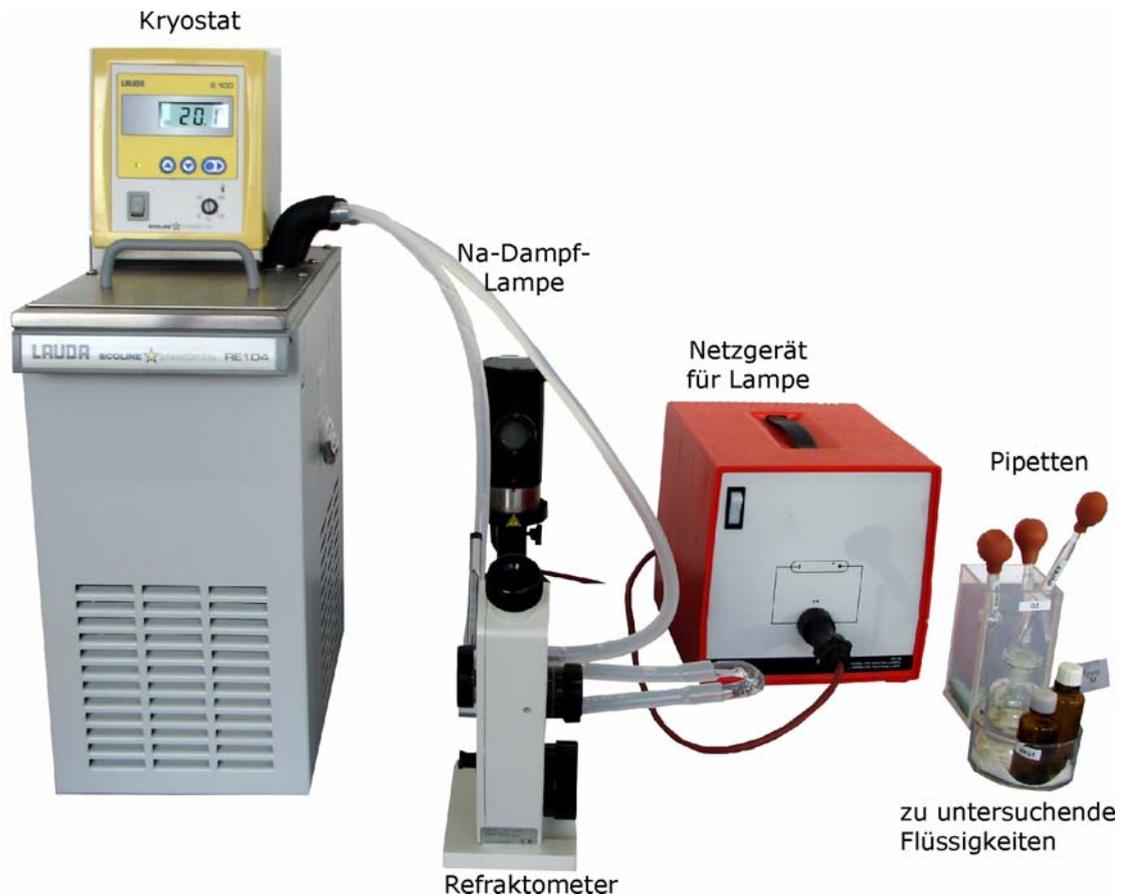


Abb. 7 Gesamtaufbau mit Abbé-Refraktometer und Thermostat.

3.2. Versuchsanordnung und Inbetriebnahme

Nach Einschalten der auf das Refraktometer ausgerichteten Natrium-Dampf Lampe (Wellenlänge $\lambda = 589,3\text{nm}$) ist abzuwarten, bis diese die volle Leuchtkraft erreicht hat (nach ca. 15 Min.). Auf der unteren linken Seite des Refraktometers befindet sich die Eintrittsöffnung (2) für das Licht zur Beleuchtung der Skala. Diese darf nicht verdeckt sein.

Zur Ermittlung des Brechungsindex für eine bestimmte Temperatur wird der Prismenkörper mittels eines Kryostaten erwärmt oder gekühlt. Dieser steht über einen Wasserkreislauf mit dem Refraktometer in Verbindung (Abb. 7). Die gewünschte Solltemperatur ist durch längeres oder mehrfaches Drücken der Tasten (9) (\blacktriangle oder \blacktriangledown) (Abb. 8) einstellbar. Wird nicht mehr gedrückt, erscheint wieder die aktuelle Temperatur, die fortlaufend angezeigt wird und bis zum gewünschten Wert verfolgt werden kann.

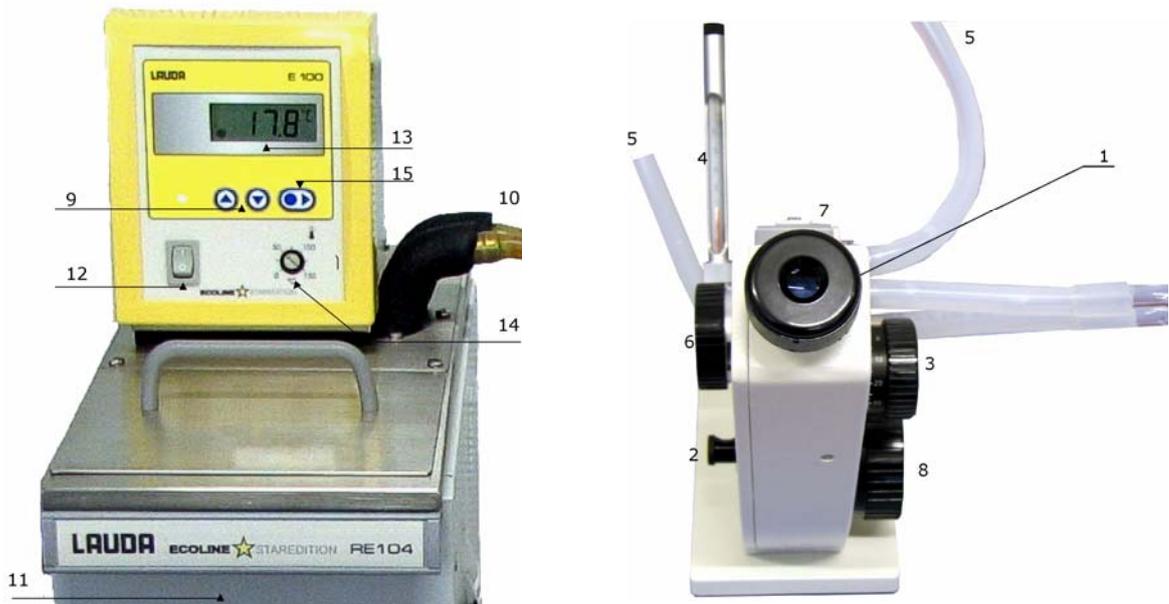


Abb. 8 Detaildarstellungen des Kryostaten (links) und des Refraktometers (rechts).

(1) Optik mit Fadenkreuz und Skalen, (2) Skalenbeleuchtung, (3) Farbsaumkorrektur, (4) Thermometer, (5) Wasserzu- und -ablauf, (6) Entriegelung des Prismenkörpers, (7) Abdeckung des Beleuchtungsprismas, (8) Einstellung des Hell-Dunkel-Bereiches, (9) Einstellung der Solltemperatur, (10) Wasserzu- und -ablauf, (11) Wasserbadbehälter, (12) Netzschalter, (13) Temperaturanzeige, (14) Einstellung der Maximaltemperatur und (15) Menütastatur (nicht betätigen)

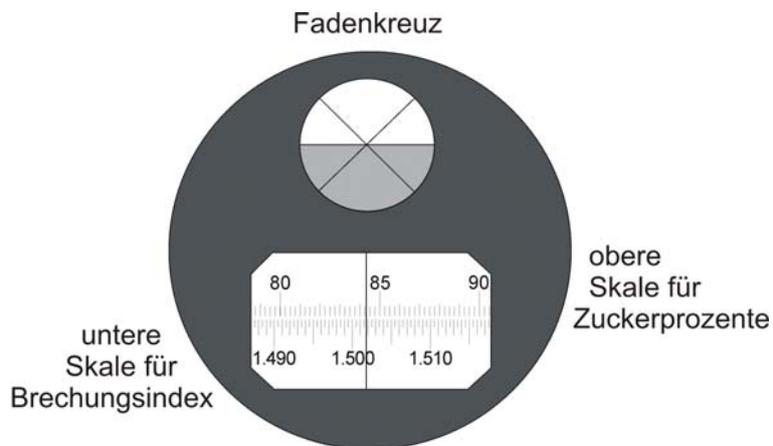


Abb. 9 Anordnung der Skalen in einem Abbé-Refraktometer.

Oberes Sehfeld: Die Grenze des Hell-Dunkel-Bereiches ist in das Fadenkreuz zu legen.
Unteres Sehfeld: Der Brechungsindex ist an der unteren kalibrierten Skala abzulesen.

Zum Einfüllen der Flüssigkeit müssen die Verriegelung durch Drehen des Knopfes (6) freigegeben und das Beleuchtungsprisma (7) hoch geschwenkt werden. Daraufhin wird die Fläche zwischen Beleuchtungs- und Messprisma mit der entsprechenden Pipette benetzt und die Verriegelung wieder geschlossen. Die Prismeneinheit wird dann mit dem rechten unteren Drehknopf (8) so eingestellt, dass die Grenzlinie des Hell-Dunkel-Bereiches im Mikroskop exakt in der Mitte des Fadenkreuzes erscheint (Abb. 9). Der Wert des Brechungsindex ist dann auf der unteren Skale (Abb. 9) ablesbar. Die Drehung des Okularringes (1) erlaubt eine Scharfeinstellung des Fadenkreuzes.

Fällt zusätzlich Tageslicht (weißes Licht) in das Refraktometer, tritt an der Hell-Dunkel-Grenze ein Farbsaum auf. Dieser kann durch ein sog. Amici-Prisma beseitigt werden,

das aus einer Kombination von Kron- und Flintglas besteht und so bemessen ist, dass es nur das Licht der Na-Linie geradlinig durchlässt. Durch Verdrehen dieses Prismas mittels Knopf (3) wird das Verschwinden des Farbsaumes erreicht.

3.3. Hinweise zum Experimentieren und Auswerten

Die Temperatur der Flüssigkeit ist am Thermometer (4) des Refraktometers abzulesen! Weicht diese deutlich von der Raumtemperatur ab, so resultiert ein anderer Wert, als die am Kryostaten eingestellte Solltemperatur. Um z.B. 30°C am Messprisma zu erreichen, ist die Solltemperatur auf ca. 30,5°C einzustellen. Entsprechend ist bei tiefen Temperaturen zu verfahren (z.B. Solltemperatur auf ca. 9,5°C statt auf 10°C einstellen).

Gläser sind schlechte Wärmeleiter, daher ist stets ein Wärmeausgleich abzuwarten. Während der relativ langsamen Abkühlphase ist eine Wartezeit von ca. 2 Minuten nach Einregelung des Temperaturwertes einzuhalten, bevor die Ablesung erfolgt. Während der wesentlich schneller ablaufenden Heizphase sind 4 Minuten Wartezeit einzuplanen.

Bei einem Flüssigkeitstausch wird die alte Flüssigkeit mit einem saugfähigen Papiertuch am oberen und unteren Teil der Prismenanordnung entfernt und von der neuen Flüssigkeit reichlich aufgetragen. Zur Vermeidung alter Flüssigkeitsreste wird auch die neue Flüssigkeit nochmals abgewischt und zum zweiten Mal aufgetragen.

Durch Verdunstung kann sich die Schärfe der Hell-Dunkel-Grenze verringern. In diesem Fall ist von der Flüssigkeit nachzufüllen und der Wärmeausgleich abzuwarten.

Zur Ermittlung der Polarisierbarkeit α und des Volumenausdehnungskoeffizienten κ ist von Gln. (3) und (4) auszugehen, d.h. es gilt

$$F(T) = \frac{n^2(T) - 1}{n^2(T) + 2} = Q \cdot \alpha \cdot [1 - \kappa \cdot (T - T_0)] = B \cdot T + A \quad (7)$$

mit $Q = \frac{N_A \cdot \rho_{20^\circ\text{C}}}{3 \cdot \epsilon_0 \cdot M}$, $B = -Q \cdot \alpha \cdot \kappa$ und $A = Q \cdot \alpha \cdot (1 + \kappa \cdot T_0)$.

Der Koeffizient B kann durch Anwendung einer linearen Regression auf die Messwerte von $F(T)$ bestimmt werden. Für α und κ folgt:

$$\alpha = \frac{F(T_0)}{Q} = \frac{1}{Q} \cdot \frac{n_{20^\circ\text{C}}^2 - 1}{n_{20^\circ\text{C}}^2 + 2} \quad \text{und} \quad \kappa = \frac{-B}{Q \cdot \alpha} \quad (8)$$

Aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz ergibt sich für die Messunsicherheiten

$$\Delta\alpha = \sqrt{\left(\frac{\partial\alpha}{\partial n} \cdot \Delta n\right)^2} = \frac{1}{Q} \cdot \frac{6 \cdot n_{20^\circ\text{C}}}{(n_{20^\circ\text{C}}^2 + 2)^2} \cdot \Delta n \quad \text{und} \quad (9)$$

$$\Delta\kappa = \sqrt{\left(\frac{\partial\kappa}{\partial\alpha} \cdot \Delta\alpha\right)^2 + \left(\frac{\partial\kappa}{\partial B} \cdot \Delta B\right)^2} = \kappa \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta\alpha}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2}.$$

Die Messunsicherheit des Brechungsindex Δn ist empirisch abzuschätzen, ΔB resultiert als Messunsicherheit für B aus der linearen Regression.

4. Literatur

- [1] E. Grimsehl: Lehrbuch der Physik Bd.3. B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1978
- [2] W. Ilberg: Physikalisches Praktikum. B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1994
- [3] F. Kohlrausch: Praktische Physik. B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1993