

Versuch E9 - BIOT-SAVART-Gesetz & AMPÈRESches Gesetz		
Name:	Mitarbeiter:	
Gruppennummer:	lfd. Nummer:	Datum:

## 1. Aufgabenstellung

### 1.1. Versuchsziel

Beschäftigen Sie sich mit folgenden Schwerpunkten des Versuches:

- magnetisches Feld – Feldlinien; Magnetfelder verschiedener Leiter
- BIOT-SAVART-Gesetz
- AMPÈRESches Gesetz
- Magnetfeld einer langen Spule

### 1.2. Messungen

- 1.2.1. Bestimmen Sie die magnetische Flussdichte  $B$  in der Umgebung eines geraden Leiters. Variieren Sie systematisch den Abstand  $d$  vom Leiter im Bereich von  $d = 0$  mm bis  $d = 15$  mm mit  $\Delta d = 1$  mm. Verwenden Sie dabei eine Stromstärke von 20 A.
- 1.2.2. Bestimmen Sie die magnetische Flussdichte  $B$  einer kreisförmigen Leiterschleife ( $R_1 = 20$  mm) im Abstand von  $-r$  bis  $r$ , gemessen vom Zentrum auf der Achse durch die Schleifenmitte. Verwenden Sie eine Stromstärke von 20 A ( $r = 0$  bis  $\pm 16$  mm mit  $\Delta r = 2$  mm).
- 1.2.3. Bestimmen Sie die magnetische Flussdichte  $B$  zweier weiterer Leiterschleifen ( $R_2 = 40$  mm und  $R_3 = 60$  mm) im jeweils Zentrum der Schleifen bei einer Stromstärke von 20 A.
- 1.2.4. Messen Sie die magnetische Flussdichte  $B$  im Zentrum einer langen Spule der Länge  $L = 40$  cm in Abhängigkeit vom Spulenstrom ( $I = 0, \dots, 20$  A mit  $\Delta I = 2$  A).
- 1.2.5. Messen Sie die magnetische Flussdichte  $B$  im Zentrum einer langen Spule bei konstantem Spulenstrom ( $I = 10$  A) in Abhängigkeit von der Spulenlänge ( $L = 16, \dots, 40$  cm). Messen Sie im Abstand  $\Delta L = 2$  cm.
- 1.2.6. Messen Sie die magnetische Flussdichte  $B$  längs der Spulenachse bei einer Stromstärke  $I = 10$  A, wenn die Spule auf maximale Länge gestellt ist.

### 1.3. Auswertungen

- 1.3.1. Zeichnen Sie zur Messung 1.2.1. das  $B(r)$ -Diagramm. Berücksichtigen Sie bei dabei, dass die Mitte der Hall-Sonde bei  $d = 0$  einen Abstand  $r = 3$  mm vom Leiter hat. Wie groß ist die Flussdichte im Abstand  $r = 1$  mm? Zeichnen Sie zu dieser Messung eine  $B(1/r)$ -Diagramm. Bestimmen Sie aus dem Regressionskoeffizienten  $\mu_0$ .
- 1.3.2. Zu den Messungen 1.2.2. und 1.2.3. zeichnen Sie das  $B(r)$ - und das  $B(R)$ -Diagramm.
- 1.3.3. Zeichnen Sie zu den Messungen 1.2.4., 1.2.5. und 1.2.6. die entsprechenden Diagramme.
- 1.3.4. Bestimmen Sie aus den Messwerten zu 1.2.4. ebenfalls  $\mu_0$ .
- 1.3.5. Diskutieren Sie die Ergebnisse.

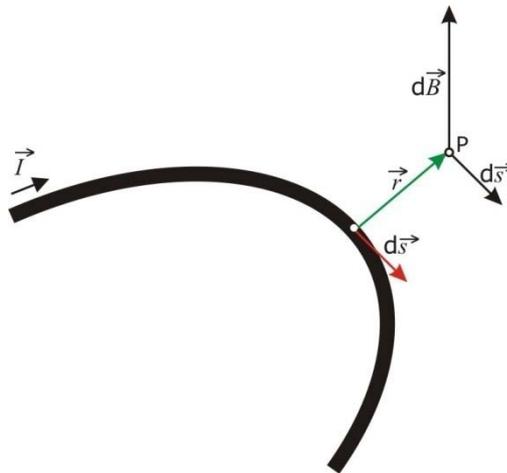
## 2. Grundlagen

### 2.1. BIOT-SAVARTSches Gesetz

Die magnetische Flussdichte  $\vec{B}$  eines beliebigen von einer Stromstärke  $\vec{I}$  durchflossenen Leiters an einem Ort P setzt sich nach dem BIOT-SAVART-Gesetz aus den Beiträgen

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\vec{I}}{r^3} \cdot d\vec{s} \times \vec{r} \quad (1)$$

der einzelnen Leiterstücke  $ds$  zusammen, deren Länge und Richtung durch den Vektor  $d\vec{s}$  beschrieben wird. Dabei ist  $\vec{r}$  der Ortsvektor vom Leiterstück zum Aufpunkt P und das Vektorprodukt  $d\vec{s} \times \vec{r}$  gibt die Richtung der Flussdichte an,  $d\vec{B}$  steht senkrecht auf dem Leiterstück  $d\vec{s}$ .



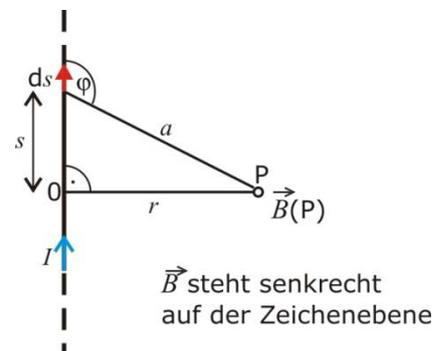
**Abb. 1** Skizze zum BIOT-SAVARTschen Gesetz

Die Berechnung des gesamten Magnetfeldes erfordert somit die Lösung eines Integrals. Analytische Lösungen lassen sich nur für Leiter mit bestimmten Symmetrien angeben. So kann man für die Flussdichte eines unendlich langen geraden Drahtes, der von einem Gleichstrom  $I$  durchflossen wird, im Abstand  $\vec{r}$  zur Achse herleiten (vgl. Abb. 2), wenn man nur den Betrag der Flussdichte berücksichtigt (siehe auch [1], Abschn. 3.2.2):

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds}{r^2} \sin \varphi, \quad (2)$$

dabei verläuft das Feld konzentrisch zur Drahtachse und seine Richtung kann man mit der „Linken-Hand-Regel“ (wenn man die Elektronenbewegung zu Grunde legt) oder „Rechten-Hand-Regel“ (wenn man die technische Stromrichtung zu Grunde legt) ermitteln.

**Abb. 2** Zur Berechnung der Flussdichte eines geraden Leiters



Bei der Lösung muss man berücksichtigen, dass jedes Leiterstück  $ds$  zur Gesamtflussdichte im Aufpunkt P beiträgt, und zwar symmetrisch zum Punkt 0 (Null). Wenn bei 0 begonnen wird zu integrieren, so muss man den Faktor 2 nehmen, da auch Strom-Längenelemente  $Ids$  unterhalb vom Punkt 0 den gleichen Beitrag zu  $\vec{B}$  beitragen.

$$B = 2 \int_0^{\infty} dB = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin \varphi}{a^2} ds$$

Berücksichtigt man, dass  $a = \sqrt{s^2 + r^2}$  und  $\sin \varphi = \sin(\pi - \varphi) = \frac{r}{\sqrt{s^2 + r^2}}$  sind, dann ergibt sich

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^\infty \frac{r}{(s^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} ds.$$

Das Lösungsschema dieses Integrals ist:  $\int \frac{1}{(x^2 + c^2)^{\frac{3}{2}}} dx = \frac{x}{c^2(x^2 + c^2)^{\frac{1}{2}}}.$

Wir erhalten also:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left[ \frac{s}{(s^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}} \right]_0^\infty$$

Für einen unendlich langen geraden Leiter ergibt sich für die Flussdichte:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r} \quad (3)$$

Für die Stärke des Magnetfeldes einer kreisförmigen Leiterschleife mit dem Radius  $R$  im Abstand  $r$  auf der Achse durch das Schleifenzentrum erhält man

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} I \frac{R^2}{(R^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (4)$$

Ihre Feldlinien verlaufen im Zentrum parallel zur Achse des Kreises.

## 2.2. AMPÈRESches Gesetz

Jede bewegte Ladung ist untrennbar mit einem Magnetfeld verbunden. Über die Eigenschaften des Magnetfeldes gibt das AMPÈRESche Gesetz Auskunft. Es ist eine der MAXWELLSchen Gleichungen und wurde von ANDRÉ MARIE AMPÈRE entdeckt. Das AMPÈRESche Gesetz bildet für den Magnetismus die Analogie zum Induktionsgesetz. Man unterscheidet zwei äquivalente Formulierungen. Die integrale Formulierung:

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I, \quad (5)$$

wenn der Integrationsweg die Fläche umschließt, die von einem Strom  $I$  durchflossen wird. Die differentielle Formulierung, mit  $j$  als Stromdichte lautet:

$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad (6)$$

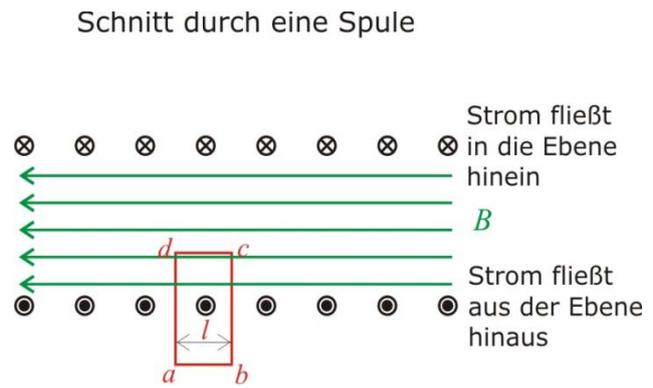
## 2.3. Lange Spule

Bei direkter Anwendung des AMPÈRESchen Gesetzes zur Bestimmung eines Magnetfeldes erhält man meistens nur Lösungen für vereinfachte Fälle, zum Beispiel, wenn man annimmt, dass das Magnetfeld einer Spule überall entlang oder entgegen der Achse der Spule und innen homogen ist, was aber nur für die unendlich lange Spule zutrifft.

Man habe eine solche Spule mit  $N$  Windungen, dabei sei die Länge  $L$  der Spule sehr viel größer als ihr Durchmesser. Wird eine solche Spule von einem Strom durchflossen, zeigt sich im Experiment, dass die magnetische Flussdichte im Inneren homogen (wenn man Abweichungen an beiden Enden vernachlässigt) und sehr viel stärker als außerhalb der Spule ist. Um den Betrag der Flussdichte im Inneren der Spule zu bestimmen, wird das geschlossene Linienintegral (Gl. 5) als Rechteck gemäß Abb. 3 gelegt. So kann man das Integral in 4 Teilintegrale aufspalten.

$$\oint B ds = \int_a^b B ds + \int_b^c B ds + \int_c^d B ds + \int_d^a B ds \quad (7)$$

Da die Flussdichte außerhalb der Spule sehr viel kleiner ist als im Inneren und außerdem die Strecke  $\overline{ab}$  weit von der Spule entfernt gewählt werden kann, ist der Wert des Integrals Null. Die Integrale  $\int_b^c B ds$  und  $\int_a^d B ds$  sind im Inneren der Spule Null, da die Längenelemente senkrecht auf dem Feld stehen und außerhalb der Spule vernachlässigbar klein sind, so bleibt Gl. (8)



**Abb. 3** Flussdichte in einer Spule

$$\oint B ds = \int B dl = \mu_0 I \quad (8)$$

mit  $l$  als Längenelement einer Windung. Auf die Gesamtlänge  $L$  der Spule kommen  $N$  Windungen.

Also gilt:  $L = l \cdot N$

$$B = \mu_0 \frac{IN}{L}, \quad (9)$$

womit man den Betrag des Magnetfeldes in der Spule bestimmen kann.

Zur Überprüfung dieser Ergebnisse werden im Versuch die magnetischen Flussdichten verschiedener stromdurchflossener Leiter mit Hall-Sonden gemessen.

Hinweise:

- Die Flussdichte  $B$  des Magnetfeldes der Erde liegt in der Größenordnung  $B \approx 20 \mu\text{T}$ .
- Zur besseren Erkennbarkeit werden in dieser Anleitung bei Notwendigkeit Vektoren durch einen Pfeil über dem Formelzeichen gekennzeichnet.

### 3. Experiment

Im Versuch werden die Magnetfelder der genannten Leiter mit einer axialen bzw. einer tangentialen Hall-Sonde gemessen. Deren flächenhaft dünne Hall-Sensoren sind senkrecht zu ihrer Fläche empfindlich, d.h. neben dem Betrag kann auch die Richtung des Magnetfeldes bestimmt werden. Zum Einsatz kommt eine Kombi-Sonde (vgl. Abb. 4) für die Messungen am geraden Leiter und für die Leiterschleife, sowie die Axial-Sonde für Messungen in der Spule. Diese Sonden sind am universellen Messgerät angeschlossen, das beim Einschalten die entsprechende Sonde erkennt.



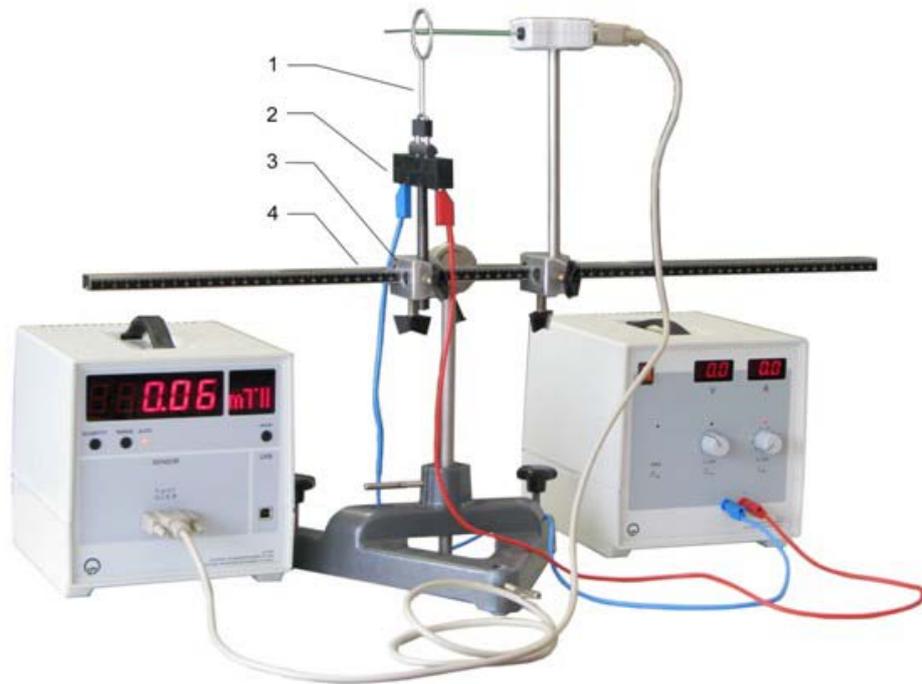
**Abb. 4** Kombi-Sonde

#### 3.1. Versuchsanordnung

Allgemeine Hinweise:

Bedingt durch die hohen Stromstärken, können stromführende Teile recht warm werden. Der Stromstärke-Regler des Netzgerätes ist unbedingt vor dem Ein- und Ausschalten stets auf Null zu regeln. Vor jeder Messung ist eine Nullstellung am Messgerät vorzunehmen.

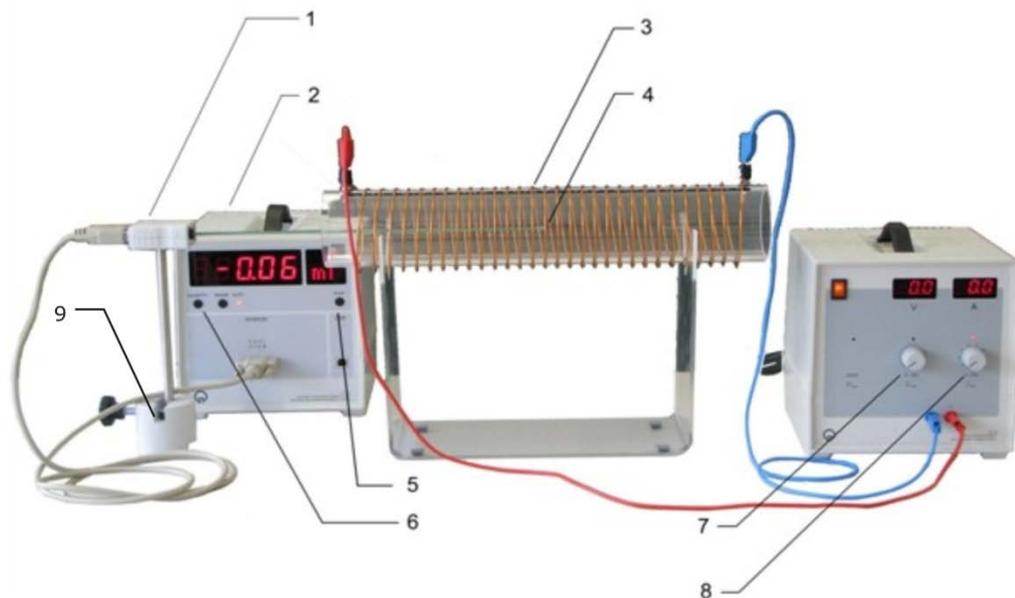
Die Versuche zu Flussdichtenmessungen mit dem geraden Leiter und der Leiterschleife werden nach Abb. 5 aufgebaut. Zur Messung der Flussdichte dient die Kombi-Sonde.



**Abb. 5** Versuchsaufbau mit optischer Bank

- 1 - Leiterschleife
- 2 - Steckelement
- 3 - Klemme
- 4 - Optische Bank

Die Messungen an der Spule erfolgen mit dem Aufbau nach Abb. 6. Dieser Aufbau steht auf dem Tisch.



**Abb. 6** Versuchsaufbau mit langer Spule

- 1 - Hall-Sonde (Axial-Sonde)
- 2 - universelles Messgerät mit Zahlen- und Einheitenfenster
- 3 - lange Spule
- 4 - Hall-Sensor der Sonde
- 5 - Nullpunktkalibration
- 6 - Knopf für Sensorwahl und Wechsel zwischen Gleich- und Wechselanteil des  $B$ -Feldes

- 7 - Regler für Spannungsbegrenzung
- 8 - Regler für Strombegrenzung
- 9 - Rundfuß

### 3.2. Hinweise zur Versuchsdurchführung

Bauen Sie die Versuche zu 1.2.1. bis 1.2.3. gemäß Abb. 5 und 7 auf. Das Netzgerät verfügt über zwei Regler. Da in den Versuchen nur die Ströme von Interesse sind, stellen Sie den Spannungsregler (Abb. 6 [7]) auf einen Wert von einigen Volt ein und steuern den gewünschten Strom mit dem Stromregler (Abb. 6 [8]). Für die Messungen zu 1.2.1. muss beachtet werden, dass die Sondenfläche bei eingestelltem  $d = 0$  nicht direkt am Leiter anliegt. Diese Entfernungen können direkt an der Skala der optischen Bank am Rand der Klemme abgelesen werden. Achten Sie während der Messungen zu 1.2.2. und 1.2.3. darauf, dass die Hall-Sonde sich immer im Zentrum der Leiterschleife befindet. Dazu sind an den Leiterschleifen Schablonen angebracht. Die zum Messen richtige Sonde des Kombiteils wird durch mehrmaliges Drücken der Taste QUANTITY am Messgerät ausgewählt. Für die Aufgabe 1.2.1. wird die Tangential-Sonde benötigt. Das Zeichen „L“ muss in der Punktmatrix des Einheitenfensters vom Messgerät erscheinen, für die Messungen an den Leiterschleifen muss das senkrecht stehende Gleichheitszeichen in der Anzeige erscheinen. Danach wird die Nullstellung (Taste [5] in Abb. 6) vorgenommen.



Abb. 7 Zu 1.2.1

Für die Versuche 1.2.4. bis 1.2.6. muss der Versuchsaufbau gemäß Abb. 6 geändert werden. Das universelle Messgerät wird ausgeschaltet und die Axial-Sonde angeschlossen. Nach dem Anschalten des Messgerätes wird der Nullpunkt korrigiert, wenn die Sonde am Ort der Messung steht. Für die Messung zu 1.2.4. wird für die Stromstärkemessung die Anzeige des Netzgerätes verwendet, da andere Geräte nur kurzzeitig höhere Ströme messen können (kurzfristig kann ein Strommessgerät, was sich am Arbeitsplatz befindet, mit in den Stromkreis geschaltet werden). Bei der Messung zu 1.2.5. werden zur Einstellung verschiedener Spulenlängen  $L$  beide Anschlussbuchsen symmetrisch von beiden Enden aus zusammengeschoben, die Buchsen sind dabei nicht zu drehen. Für die Messungen zu 1.2.6. wird unter den Rundfuß (Abb. 6 [9]) ein Lineal gelegt. Die Eintauchtiefe der Sonde ist begrenzt. Auf die Längenangabe auf der Spule bezogen, kann man von etwa 4 cm bis 42 cm messen.

### 4. Literatur

- [1] – DEMTRÖDER, Wolfgang: *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik* 4. Auflage. Berlin Heidelberg: Springer Verlag, 2006
- [2] – GERTHSEN, Christian: *Physik* 22. Auflage. Berlin Heidelberg: Springer Verlag, 2004
- [3] – Leybold Didactic, Handblätter Physik, P3.3.4.1 und 3.3.4.2 ([www.leybold-didactic.de](http://www.leybold-didactic.de) Dezember 2009)
- [4] – EICHLER, KRONFELDT, SAHM: *Das Neue Physikalische Grundpraktikum*; Berlin Heidelberg, New York 2006, Abschn. 28