

Praktikum für Physiker <b>Versuch E7 - Der Reihenschwingkreis</b>		
Name:	Mitarbeiter:	
Gruppennummer:	lfd. Nummer:	Datum:

## 1. Aufgabenstellung

### 1.1. Versuchsziel

Untersuchen Sie die Stromaufnahme und die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung im Reihenschwingkreis bei Frequenzvariation.

Verschaffen Sie sich Kenntnisse zu folgenden Schwerpunkten des Versuches:

- Verhalten von Widerstand, Spule und Kondensator im Gleich- und Wechselstromkreis, charakteristische elektrische Größen
- Kenngrößen und Eigenschaften des Reihen- und Parallelschwingkreises
- Effektiv-, Maximal-, Spitzen- und Momentanwerte von Spannung und Stromstärke
- Der COMEX – Messplatz.

### 1.2. Messungen

Messen Sie in Abhängigkeit von der Frequenz (im Bereich  $0,4 \text{ kHz} \leq f \leq 2,6 \text{ kHz}$ ) die Spannung  $U_R$  und die Gesamtspannung  $U$  (am Bildschirm), die Spannung  $U_L$  an der Spule (mit dem Digitalvoltmeter), sowie die zeitliche Verschiebung  $\Delta t$  zwischen  $U_R$  und  $U$ . Erfassen Sie die Messwerte in einer Tabelle.

### 1.3. Auswertungen

- 1.3.1. Berechnen Sie die Stromstärke  $I$  durch den Schwingkreis und die Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen Strom und Spannung. Ergänzen Sie die Tabelle mit beiden Größen, und stellen Sie die Stromstärke  $I(f)$  und den Phasenwinkel  $\varphi(f)$  in Abhängigkeit von der Frequenz dar.
- 1.3.2. Ermitteln Sie aus dem Diagramm die Resonanzfrequenz  $f_0$  und die Bandbreite  $\Delta f$  des untersuchten Schwingkreises. Berechnen Sie die Induktivität  $L$  der Spule.
- 1.3.3. Berechnen Sie die frequenzabhängige Spannungsüberhöhung  $V = \frac{U_L}{U}$  des Schwingkreises. Zeichnen Sie ein  $V(f)$  - Diagramm. Geben Sie die Kreisgüte  $Q$  bei der Resonanzfrequenz an.

## 2. Grundlagen

### 2.1. Der Reihenschwingkreis

In elektrischen Stromkreisen können Resonanzeffekte immer dann auftreten, wenn mindestens zwei verschiedenartige Blindschaltelemente (Induktivitäten  $L$  und Kapazitäten  $C$ ) vorhanden sind. All diese Resonanzerscheinungen lassen sich auf zwei Grundeffekte zurückführen, die Reihenresonanz und die Parallelresonanz.

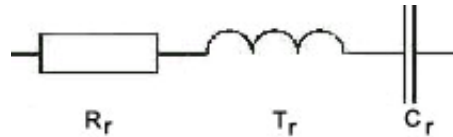


Abb. 1 Reihenresonanz.

### 2.2. Frequenzgang des Widerstandes

Der komplexe Widerstand des Reihenresonanzkreises beträgt:

$$\bar{Z} = R_r + j\left(\omega L_r - \frac{1}{\omega C_r}\right) \quad (1)$$

In Abhängigkeit von der Frequenz  $f$  (bzw. der Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f$ ) durchläuft

der komplexe Widerstand zwei Bereiche. Für relativ niedrige Frequenzen gilt:  $1/\omega C_r > \omega L_r$ , d.h. der Schwingkreis wirkt kapazitiv; für relativ hohe Frequenzen gilt hingegen  $\omega L_r > 1/\omega C_r$ , d.h. hier wirkt der Schwingkreis induktiv. Im Resonanzfall erreicht der Ersatzblindwiderstand den Betrag Null (d.h.  $1/\omega C_r = \omega L_r$ ), und demzufolge wird der komplexe Gesamtwiderstand  $\bar{Z}$  rein reell, nämlich gleich  $\bar{Z}_0 = R_r$ .

Die Resonanzfrequenz  $f_0$  berechnet sich zu:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_r C_r}} \quad (2)$$

Der Betrag  $Z$  des komplexen Widerstandes  $\bar{Z}$  erreicht bei der Resonanzfrequenz ein Minimum und ist reell:  $Z_0 = R_r$ .

Es ist vielfach üblich und zweckmäßig, anstelle der Gleichung (1) eine normierte Darstellung zu wählen:

$$\bar{Z} = R_r \left[ 1 + j \frac{\omega_0 L_r}{R_r} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right] = R_r (1 + jQv), \quad (3)$$

mit der Verstimmung

$$v = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \quad (4)$$

und der Kreisgüte

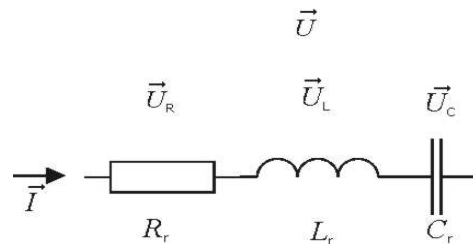
$$Q = \frac{\omega_0 L_r}{R_r} \quad (5)$$

### 2.3. Strom- und Spannungsverhältnisse im Reihenschwingkreis

Wird die Reihenschaltung von  $R_r$ ,  $L_r$  und  $C_r$  von einer Spannungsquelle mit konstanter Spannung gespeist (Generator mit konstanter Ursprungung und vergleichsweise geringem Innenwiderstand  $R_i \ll Z$ ), so fließt der Strom:

$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{\vec{Z}} = \frac{\vec{U}}{R_r + j\left(\omega L_r - \frac{1}{\omega C_r}\right)} = \vec{U} \vec{G}. \quad (6)$$

Er ist proportional zum Leitwert  $\vec{G}$  des Kreises.



**Abb. 2** Spannungen am Reihenschwingkreis.

In Abhängigkeit von der Frequenz erreicht der Strom an der Resonanzstelle  $\omega = \omega_0$  ein Maximum. Man bezeichnet diese Erscheinung als Stromresonanz (Im Versuch messen wir jedoch den vom Strom am Ohmschen Widerstand  $R_r$  erzeugten Spannungsabfall!). Der Phasenwinkel  $\varphi$  zwischen Strom und Spannung wird durch den sich mit der Frequenz ändernden Leitwert bestimmt. Für niedrige Frequenzen  $\omega < \omega_0$  läuft die Spannung gegenüber dem Strom nach, der Phasenwinkel ist negativ. Bei  $\omega = \omega_0$  ist der Phasenwinkel Null, und für hohe Frequenzen  $\omega > \omega_0$  läuft die Spannung gegenüber dem Strom voraus, der Phasenwinkel ist positiv. Insgesamt kann sich der Phasenwinkel von  $-90^\circ$  bis  $+90^\circ$  ändern. Bei zwei Frequenzen, den sogenannten  $45^\circ$ -Frequenzen, sind die jeweiligen Beträge von Blindwiderstand und Wirkwiderstand gleich groß. Die Phasenwinkel betragen bei diesen Frequenzen  $-45^\circ$  bzw.  $+45^\circ$  (daher der Name). Der Abstand der beiden  $45^\circ$ -Frequenzen heißt Bandbreite

$$\Delta f_b = f_{+45} - f_{-45} \quad \text{oder} \quad \Delta \omega_b = \omega_{+45} - \omega_{-45}. \quad (7)$$

Die in Gl. (5) eingeführte Kreisgüte  $Q$  erweist sich als reziprok zur „relativen Bandbreite“:

$$\frac{\Delta f_b}{f_0} = \frac{\Delta \omega_b}{\omega_0} = \frac{1}{Q}. \quad (8)$$

Der Spannungsabfall über den einzelnen Bauelementen im Stromkreis ist proportional dem Strom. Im Resonanzfall liegt die Gesamtspannung am Reihenwiderstand  $R_r$ . An den Blindbauelementen  $L_r$  und  $C_r$  treten betragsgleich, aber um  $180^\circ$  gegeneinander phasenverschobene, erhöhte Spannungen auf. Der Faktor der Spannungsüberhöhung bei Resonanz erweist sich als identisch mit der Kreisgüte  $Q$ , die daher auch als Resonanzschärfe bezeichnet wird:

$$Q = \frac{\omega_0 L_r}{R_r} = \frac{1}{\omega_0 C_r R_r} = \frac{1}{R_r} \sqrt{\frac{L_r}{C_r}}. \quad (9)$$

Eine weitere Möglichkeit zur Ermittlung der Güte  $Q$  ergibt sich, wenn man den Schwingkreis zu freien gedämpften Schwingungen anregt (durch Schaltvorgänge oder mittels kurzer Impulse). An einer freien gedämpften Schwingung bestimmt man aus dem Vergleich aufeinanderfolgender Amplitudenwerte  $A_1, A_2$  das log. Dekrement  $\delta$  bzw. die Dämpfungszahl  $d$ :

$$\delta = \ln(A_1/A_2) \quad \text{bzw.} \quad d = \delta/\pi = 0,318(A_1/A_2) \quad . \quad (10a,b)$$

Dann gilt ferner:

$$Q = 1/d = \pi/\ln(A_1/A_2) \quad . \quad (11)$$

## 2.4. Energieverhältnisse

Der Reihenschwingkreis verhält sich unterhalb der Resonanzfrequenz wie eine Reihenschaltung aus dem Wirkwiderstand  $R_r$  und einer Ersatzkapazität, oberhalb der Resonanzfrequenz wie eine Reihenschaltung aus dem Wirkwiderstand  $R_r$  und einer Ersatzinduktivität.

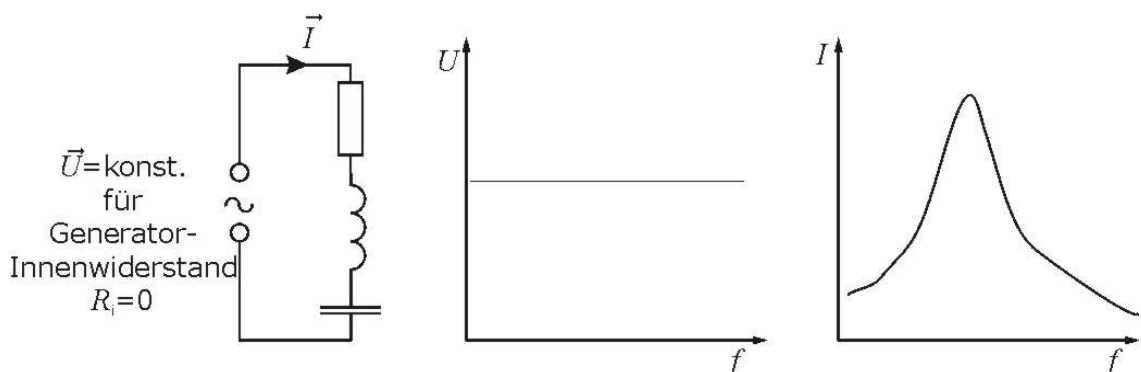
Ein Teil der Gesamtenergie, die im elektrischen Feld des Kondensators und im magnetischen Feld der Spule gespeichert ist, pendelt zwischen Spule und Kondensator hin und her. Auftretende Verluste werden durch die Spannungsquelle gedeckt. Im Resonanzfall pendelt die gesamte Feldenergie zwischen den Blindelementen hin und her. Der Spannungsquelle wird nur die Energie entnommen, die im Wirkwiderstand umgesetzt wird.

## 2.5. Einfluss des Generator-Innenwiderstandes $R_i$ auf den Schwingkreis

Beim niederohmig gespeisten Reihenschwingkreis ist die Klemmenspannung konstant (nahezu Leerlaufbetrieb). Da die Impedanz des Reihenschwingkreises bei der Resonanzfrequenz ein Minimum durchläuft, bildet sich eine Stromresonanz aus (Abb. 3, rechtes Teilbild).

Hoch- bzw. niederohmig nennt man in der Praxis einen Generator, dessen Innenwiderstand  $R_i$  entweder sehr groß ( $R_i > 10 R_a$ ) oder aber sehr klein ( $R_i < 0,1 R_a$ ) gegenüber dem Verbraucherwiderstand  $R_a$  ist.

Wird der Reihenschwingkreis aus einem hochohmigen Generator betrieben (Konstantstromquelle), durchläuft die Spannung über dem Reihenschwingkreis bei der Resonanzfrequenz ein Minimum. Frequenzen um die Resonanzstelle herum werden demzufolge relativ stark unterdrückt (Sperrkreis).



**Abb. 3** Skizzen zur Erläuterung der Verhältnisse im Reihenschwingkreis bei niederohmiger Einspeisung.

## 2.6. Ortskurvendarstellung

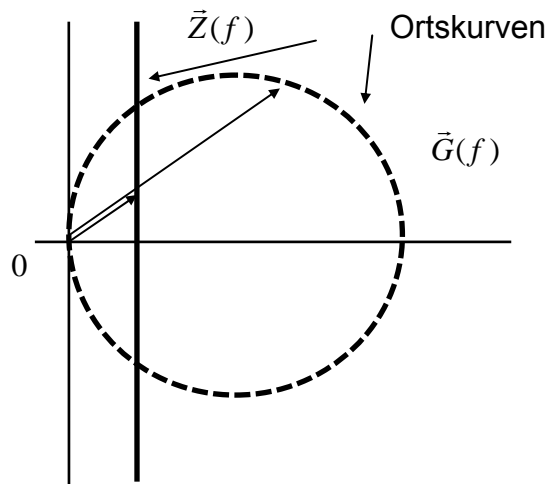
Um einen schnellen und anschaulichen Überblick über die Eigenschaften und das Betriebsverhalten von Schaltungen zu erhalten, werden der Widerstandszeiger  $\vec{Z}$  oder der Leitwertszeiger  $\vec{G}$  in Abhängigkeit von der Frequenz  $f$  (oder der Kreisfrequenz  $\omega$ ) in der komplexen Zahlenebene dargestellt. Als Ortskurve bezeichnet man die geometrischen Orte der Endpunkte der Zeiger bzw.  $\vec{G}$  in Abhängigkeit von der Frequenz. Da Widerstand und Leitwert zueinander invers sind,  $\vec{G} = 1/\vec{Z}$ , hat folgender Satz aus der Geometrie für die Ortskurvendarstellung besondere Bedeutung:

*Durch Inversion geht jede lineare Abhängigkeit, d.h. jede Gerade, in einen Kreis durch den Koordinatenursprung über (und umgekehrt).*

Im Reihenschwingkreis gilt für den Widerstandszeiger  $\vec{Z}$ :

$$\vec{Z} = R_r + j\left(\omega L_r - \frac{1}{\omega C_r}\right) = R_r + j\left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right) \sqrt{\frac{L_r}{C_r}} \quad (12)$$

Dies ergibt als Ortskurve in der komplexen Zahlenebene eine vertikale Gerade, die die reelle Achse bei  $R_r$  schneidet. Durch Inversion ergibt sich als Ortskurve für den Leitwertszeiger  $\vec{G}$  ein Kreis durch den Ursprung und einen Schnittpunkt auf der reellen Achse bei  $G = 1/R_r$  (siehe hierzu Abb.4). Die Frequenzskala auf dem Kreis ist dabei stark nichtlinear.



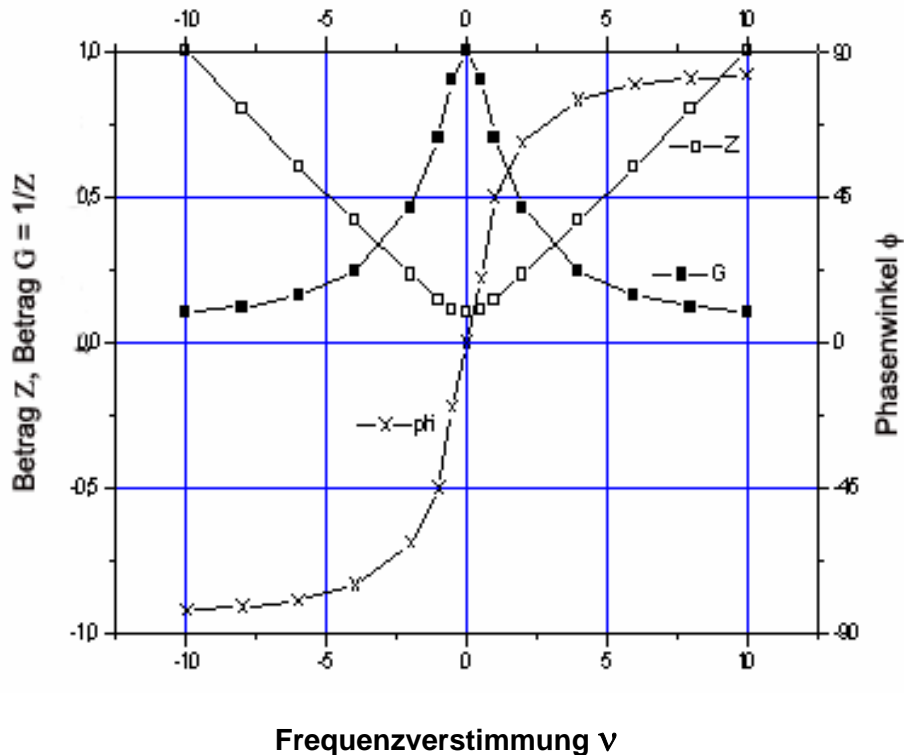
**Abb. 4** Ortskurven des Widerstandes und des Leitwertes eines Reihenschwingkreises.

Für einen *Parallelschwingkreis* (Parallelschaltung von  $R_p$ ,  $L_p$  und  $C_p$ ) schreibt sich der Leitwertszeiger  $\vec{G}$  am einfachsten:

$$\vec{G} = G_p + j\left(\omega C_p - \frac{1}{\omega L_p}\right) = G_p + j\left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right) \sqrt{\frac{C_p}{L_p}} \quad (13)$$

was wiederum eine vertikale Gerade ergibt, nunmehr aber für den Leitwert  $\vec{G}$ . Durch Inversion ergibt sich daraus die Ortskurve für den Widerstand  $\vec{Z}$ , die für den Parallelschwingkreis die Form eines Kreises hat.

Aus der Länge und der Richtung der Widerstands- oder Leitwertspfeile im Ortskurven-  
diagramm lassen sich sofort Beträge und Phasenwinkel ablesen. Durch Einführung der  
Verstimmung  $\nu$  (anstelle der Frequenz) ergeben sich symmetrische Kurvenverläufe  
bezüglich der Resonanzstelle (siehe hierzu Abb. 5).



**Abb. 5** Absolutbeträge  $Z$  des Widerstandes und  $G$  des Leitwertes sowie die Phasen-  
verschiebung  $\phi$  für einen Reihenschwingkreis in Abhängigkeit von der Frequenzver-  
stimmung  $\nu$ .

### 3. Experiment

#### 3.1. Geräte / Material

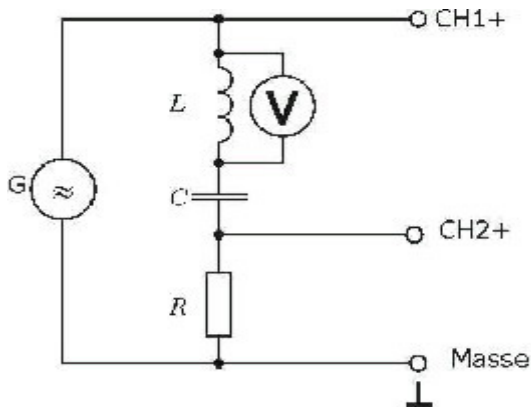
1. COMEX - Grundgerät mit Analog-Messeinschub
2. PC mit Programm "Transientenrecorder"
3. Funktionsgenerator HP 33120A
4. Digitalmultimeter
5. Widerstand  $R = 16 \text{ k}\Omega$
6. Spule (ca. 5 H, 0.05 A, 1650  $\Omega$ )
7. Kondensator  $C = 4,7 \text{ nF}$



**Abb. 6** Versuchsansicht.

### 3.2. Versuchsanordnung

Ein Funktionsgenerator G (HP 33120A) stellt eine sinusförmige Spannung variabler Frequenz bereit, deren Amplitude auf einen Spitzenspitzenwert von  $3,0 V_{pp}$  eingestellt wird. Diese Anzeige ist nur richtig, wenn der Generator mit  $50 \Omega$  abgeschlossen ist (Anpassung). Deshalb ist der Generatorkanal mit einem zusätzlichen Abschlusswiderstand  $50 \Omega$  beschaltet. Dieser  $50 \Omega$ -Abschlusswiderstand ist in einem auf den Generatorkanal aufgesteckten BNC - Aufsatzteil enthalten.



- G - Funktionsgenerator
- V - Digitalmultimeter
- L - Spule
- C - Kondensator
- CH - Eingang der Messkanäle vom COMEX-Transientenrecorder

**Abb. 7** Messschaltung

*Hinweis:* Ohne den  $50 \Omega$ -Abschlusswiderstand würde der Generator infolge der geringen Belastung durch den im Versuch hochohmig aufgebauten Reihenschwingkreis

( $Z > 50 k\Omega$ ) praktisch im Leerlaufbetrieb arbeiten und nahezu die doppelte Spannung abgeben als dem angezeigten Wert entspricht.

Am Kanal CH 1+ wird die an den Schwingkreis gelegte Wechselspannung gemessen. Dem Kanal CH 2+ wird die am Messwiderstand  $R$  abfallende Spannung zugeführt, die dem Strom proportional ist, welcher beim Reihenschwingkreis ein Maximum an der Resonanzstelle durchläuft.

Die an der Spule der Induktivität  $L$  abfallende Spannung wird mit einem Digitalvoltmeter gemessen, da am COMEX- Gerät kein dritter Messkanal zur Verfügung steht. Es ist darauf zu achten, dass das eingesetzte Digitalmultimeter Wechselspannungen im verwendeten Frequenzbereich messen kann.

### 3.3. Hinweise zum Experimentieren

Die Messungen werden unter Zuhilfenahme eines PC-gestützten Experimentiersystems COMEX durchgeführt.

Inbetriebnahme des Messplatzes (die Reihenfolge ist einzuhalten):

- zuerst das COMEX Grundgerät einschalten (Schalter auf Geräterückseite)
- dann den Bildschirm einschalten
- zum Schluss den Computer einschalten
- warten Sie bis WINDOWS 98 geladen ist.
- Das Messprogramm „Transientenrekorder“ wird jetzt durch Anklicken des Icons Reihenschwingkreis gestartet.  $\Rightarrow$  Meldet das Programm „COMEX-System nicht bereit!“, dann bitte einen Mitarbeiter benachrichtigen.

Zum Programm „Transientenrekorder“

Mit diesem Programm nutzen wir den PC als digitales Speicheroszilloskop. Jedoch können wir hier nicht permanent das Eingangssignal darstellen, sondern nur den zuletzt geschriebenen Inhalt des Speichers. Um diesen zu aktualisieren, erhält das COMEX- Grundgerät vom PC die Anweisung, wann und wie es messen soll. Hat das Grundgerät die Messung beendet, d.h. ist sein Speicher voll, werden die Daten an den PC übermittelt. Wollen Sie also neue Messwerte aufnehmen, müssen Sie jedes Mal die Messung am PC erneut auslösen.

$\Rightarrow$  Das Programm bedient man ähnlich wie WINDOWS: Entweder die Buttons mit der Maus anklicken oder den unterstrichenen Buchstaben drücken. Manchmal werden auch Funktionstasten oder Tastenkombinationen angeboten.

Vor dem Beginn der Messungen müssen einige Parameter angepasst werden:

- Im Menü Parameter F2 den Menüpunkt Darstellungsbereich auswählen. Bei *Kanal 1* und *Kanal 2* jeweils  $\odot$   $2V$  einstellen. Die *Abtastrate* wird für unseren Versuch auf  $\odot$   $300kHz$  eingestellt. Mit Ok wird das Fenster geschlossen.
- Im Menü Auswertung F4 den Menüpunkt *Parameter-Großdarstellung Alt-D* auswählen.  $\odot$  *Y1-Y2-t-Schreiber* markieren und bei Full Screen  $\square$  *Ja* anklicken. Dieses Fenster wird mit Ok verlassen.

Beginn der Messung:

Das Menü Messen F3 anklicken. Mit Ok wird die Messung gestartet. Nach einem kurzen Augenblick erscheint auf dem Bildschirm unten die Gesamtübersicht der Messung. Mit der Maus oder den Cursorstasten wird die Markierung nach links bzw. rechts verschoben. Da unser Eingangssignal periodisch ist, ist es egal, welcher Ausschnitt gewählt wird. Mit der linken Maustaste oder der ENTER-Taste bestätigen Sie die Auswahl. Das Programm schaltet jetzt auf die Großdarstellung des Signals um. Die Kanäle sind gekennzeichnet.



Die Auswertung erfolgt mit Hilfe von zwei Cursorsen (Fadenkreuze):

- Im Menü Auswertung F4 wählen Sie den Menüpunkt  $\Delta X$ - und  $\Delta Y$ - Messung aus.
- Hier wählen Sie  $\bigcirc$  Kanal 1/2 aus und bestätigen mit Ok. Nach kurzer Zeit erscheint dieser Bildschirm.
- Entlang jeder Kurve kann jetzt ein Cursor bewegt werden. Dies geschieht entweder mit den Cursortasten oder mit der Maus. Es kann jeweils nur ein Cursor bewegt werden. Mit der Enter -Taste wechselt man zwischen beiden hin und her.
- Am oberen Bildschirmrand werden verschiedene Angaben über die Cursor eingeblendet:
  - X1 x-Position von Cursor 1 (Kanal 1), d.h. Position auf der Zeitachse
  - X2 x-Position von Cursor 2 (Kanal 2)
  - Y1 y-Position von Cursor 1, d.h. Position auf der Amplitudenachse
  - Y2 y-Position von Cursor 2
  - $\Delta X$  Abstand beider Cursorsen auf der x-Achse, d.h. die Zeitdifferenz kann hiermit gemessen werden
  - $\Delta Y$  Abstand der Cursorsen auf der y-Achse, d.h. die Amplitudendifferenz kann hiermit gemessen werden



Im Versuch sollen die Amplitudenwerte und die Phasenverschiebung von zwei am Reihenschwingkreis abgegriffenen Signalen in Abhängigkeit von der Frequenz gemessen werden. Dazu geht man wie folgt vor:

- Amplitude messen: den Cursor 1 bzw. 2 auf ein Maximum der Kurve bewegen und unter Y1 bzw. Y2 den Wert ablesen.
- Phasenverschiebung messen: Am besten liest sich die Phasenverschiebung ab, wenn der zeitliche Abstand gleichartiger Nulldurchgänge gemessen wird. Dazu den Cursor 1 auf den Nulldurchgang von Kanal 1 bewegen und dann Cursor 2 auf den benachbarten Nulldurchgang von Kanal 2. Unter  $\Delta X$  kann jetzt die Zeitdifferenz abgelesen werden. Bei höheren Frequenzen kann die Kalibrierung des Gitternetzes in x-Richtung zur Hilfe genommen werden. Man findet auf dem Auswertungsbildschirm die Angabe x-Div = 0,103 ms (als Beispiel). Durch vergleichende Ausmessung des waagerechten Rasterabstandes und des Abstandes gleich liegender Nulldurchgänge kann die zeitliche Verschiebung bestimmt werden.
- Der hier angegebene Wert ist der absolute zeitliche Abstand. Das richtige Vorzeichen ist aus dem Verlauf der beiden Kurven zu ermitteln. Die Phasendifferenz ergibt sich aus

$$\varphi = 360^\circ \Delta t / T = 360^\circ f \Delta t \quad . \quad (14)$$

- Mit der ESC – Taste schalten Sie die Cursorsen wieder aus und können neue Messwerte aufnehmen.

#### Beenden der Messung:

- Das Programm „Transientenrekorder“ beenden: Tasten Alt + X gleichzeitig drücken und mit Ja bestätigen.
- WINDOWS beenden:  $\rightarrow$   Start  $\rightarrow$   Beenden  $\rightarrow$  Herunterfahren  $\rightarrow$  Ok (Erst wenn die Mitteilung erscheint, dass Sie den Computer ausschalten können, schalten Sie diesen durch den Schalter (vorne) aus.)
- Danach alle anderen Geräte ausschalten.

#### **4. Literatur**

H. Schröder, Elektrische Nachrichtentechnik, Bd. 1