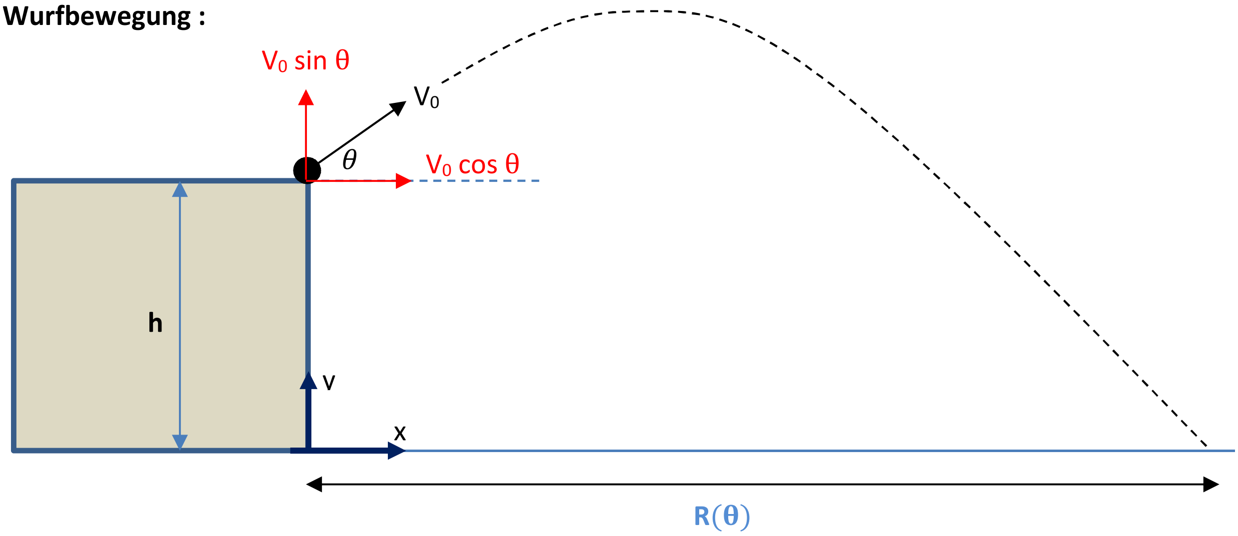
Wurfbewegung :



Abschlagswinkel θ

Anfangsgeschwindigkeit V_0

Horizontale Entfernung (Flugweite) ist abhängig vom Abschlagswinkel $\mathbf{R(\theta)}$

Anfangshöhe der Kuge h

Horisontale Komponent der Anfangsgeschwindigkeit $V_0 \cos\theta$

Vertikale Komponent der Anfangsgeschwindigkeit $V_0 \sin\theta$

Wir wollen die folgende Gleichung, welche wir für Aufgabe 13 teil (a) verwendet haben, beweisen:

$$\mathbf{R(\theta) = V_0\cos\theta\left(\frac{V_0\sin\theta}{g} + \sqrt{\left(\frac{V_0\sin\theta}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}}\right)}$$

Was brauche ich?

Als aller erstes muss ich die Geschwindigkeit jeweils in x und y Richtungen zerlegen (Komponenten)

nämlich: In x Richtung : $V_x = V_0 \cos\theta$

In y Richtung : $V_y = V_0 \sin\theta$

Was brauche ich noch? Ich muss außerdem wissen, in welcher Position sich die Kugel vor dem Abschlag befindet.

Vor dem Abschlag : $x_0 = 0$ und $y_0 = h$

Heraus bekommen möchte ich die Position der Kugel nach dem Abschlag:

Nach dem Abschlag: $x = \mathbf{R(\theta)}$ und $y = 0$

Wurfbewegung :

Und Nun?

Nun nutze ich die Bewegungsgleichungen jeweils in x und y Richtung :

In x Richtung : $x = v_x t + x_0 \longrightarrow x = R(\theta) = V_0 \cos\theta\, t + 0$

In y Richtung : $y = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_y t + y_0 \longrightarrow 0 = -\frac{1}{2} g\, t^2 + V_0 \sin\theta\, t + h$

Also : $R(\theta) = V_0 \cos\theta\, t$

Mit t kann ich die horizontale Entfernung ausrechnen.

Um t zu finden, nehme ich diese Gleichung $0 = -\frac{1}{2} g\, t^2 + V_0 \sin\theta\, t + h$ und löse sie nach t auf

$-\frac{1}{2} g\, t^2 + V_0 \sin\theta\, t + h = 0$

Beide Seiten der Gleichung werden mit $-\frac{2}{g}$ multipliziert.

$-\frac{2}{g} \times \left(-\frac{1}{2} g\, t^2 + V_0 \sin\theta\, t + h\right) = 0 \times \left(-\frac{2}{g}\right)$

$t^2 - \frac{2V_0 \sin\theta}{g} t - \frac{2h}{g} = 0 \longrightarrow \frac{2V_0 \sin\theta}{g} = a$ und $\frac{2h}{g} = b$

$t^2 - a\, t - b = 0$

$$\left(t - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b = 0$$

$$\left(t - \frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} + b$$

$$t - \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + b}$$

$\boxed{t = \sqrt{\frac{a^2}{4} + b} + \frac{a}{2}}$ $\xrightarrow{\text{a und b einsetzen}}$ $\boxed{t = \sqrt{\left(\frac{V_0 \sin\theta}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}} + \frac{V_0 \sin\theta}{g}}$

Gut, wir haben t ausgerechnet. Nun setzen wir t in $R(\theta) = V_0 \cos\theta\, t$ ein.

$$\boxed{R(\theta) = V_0 \cos\theta \left(\sqrt{\left(\frac{V_0 \sin\theta}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}} + \frac{V_0 \sin\theta}{g}\right)}$$

Das wars!

Beste Grüße
Amir 2018/19
AG-Helm