

Übungen zur Kernphysik WS2018/19, Prof. A. Melzer

Blatt 5

1. Deformierte Kerne: (3P)

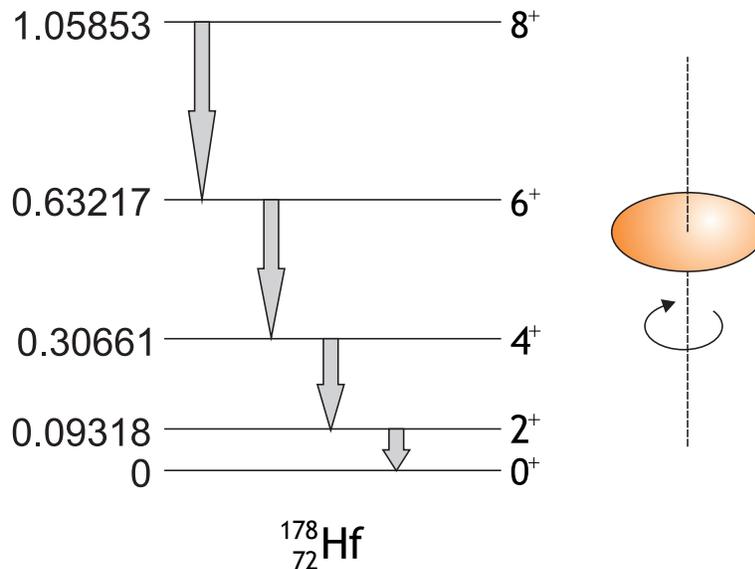


Abbildung 1: Rotationsniveaus von ^{178}Hf , Energien in MeV

Ein angeregter ^{178}Hf -Kern zeigt ein Rotationsspektrum wie in Abb. 1 angegeben. Der Kern soll als Rotationsellipsoid aufgefasst werden, der eine Ausdehnung a entlang der z -Achse und eine Ausdehnung b in senkrechter Richtung hat.

- Bestimmen Sie aus dem Rotationsspektrum das Trägheitsmoment Θ des Hafnium-Atomkerns für alle Übergänge ($\Delta I = 2$).
- Zeigen Sie durch Graphik oder Anpassung, dass das Trägheitsmoment nicht konstant ist, sondern etwa linear mit der Energie ansteigt. Geben Sie das mittlere Rotationsquant $\hbar^2/2\Theta$ an.
- Das Trägheitsmoment eines starren Rotationsellipsoids senkrecht zur z -Achse ist gegeben durch

$$\Theta = \frac{1}{5}M(a^2 + b^2)$$

Das Quadrupolmoment dieses Nuklids beträgt etwa $Q = 6$ barn. Wie groß sind dann a , b , R und ΔR (vgl. Blatt 2)?

2. **Schmidt-Linien:** (3P)

Das magnetische Moment von Atom-Kernen soll aus einem einfachen Modell bestimmt werden. Dazu betrachten wir g_u/g_n -Kerne mit einem ungepaarten Proton bzw. Neutron. Das magnetische Moment ist dabei gegeben durch die Anteile des Bahndrehimpulses und des Spins, also

$$\vec{\mu} = g_l \vec{l} + g_s \vec{s} \quad . \quad (1)$$

Allerdings ist $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ die Konstante der Bewegung und die Rotation von $\vec{\mu}$ um \vec{j} muß betrachtet werden, d.h.

$$\vec{\mu} = g_j \vec{j} \quad \text{mit} \quad g_j = \frac{\vec{\mu} \cdot \vec{j}}{|\vec{j}|^2} \quad . \quad (2)$$

(a) Zeigen Sie, daß

$$g_j = \frac{g_l[j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)] + g_s[j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)]}{2j(j+1)} \quad (3)$$

unter Benutzung des Quadrats der Identitäten $\vec{s} = \vec{j} - \vec{l}$ bzw. $\vec{l} = \vec{j} - \vec{s}$.

- (b) Was ergibt sich für g_j , wenn man für das ungepaarte Proton/Neutron annimmt, daß $j = l \pm 1/2$? Welche Werte sind für g_l und g_s jeweils zu verwenden?
- (c) Vergleichen Sie (z.B. mit OpenOffice, Excel etc.) die so gewonnenen magnetischen Momente mit den experimentellen Daten! In den Dateien *protonen.dat* und *neutronen.dat* sind jeweils die magnetischen Momente (2. Spalte) als Funktion des Kerndrehimpulses j (1. Spalte) enthalten, wobei *protonen.dat* die Daten für Kerne mit ungepaarten Proton enthält (*neutronen.dat* analog)

3. Kernspaltung: (2P)

Schätzen Sie die Energie aus der Spaltung einer Uran-Kerns ab. Benutzen Sie dazu das vereinfachte Tröpfchenmodell des Atomkerns, das nur die Beiträge aus Volumenenergie, Oberflächenenergie und Coulombabstoßung enthält

$$E_{Bind} = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad . \quad (4)$$

Die Konstanten sind $a_V = 15.84$ MeV, $a_S = 18.33$ MeV und $a_C = 0.714$ MeV.

- (a) Nehmen Sie an, daß dabei ${}_{92}^{236}\text{U}$, das aus ${}_{92}^{235}\text{U}$ durch Beschuß mit einem Neutron entstanden ist, in zwei gleich große Teile mit $A/2$ und $Z/2$ zerfällt. Wie groß ist der Energiegewinn?
- (b) Mit welcher Rate müssen diese Zerfälle stattfinden, damit ein Reaktor mit einer Leistung von 1000 MW betrieben werden kann? Wie lange kann man diesen Reaktor mit 1 kg Uran betreiben?

4. Radioaktivität (2P)

Etwa 5.9 % aller ${}^{235}\text{U}$ Kernspaltungsreaktionen erzeugen innerhalb von 5 Minuten das Nuklid ${}^{137}\text{Cs}$, das als besonders gefährliches Nuklid gilt, wenn es in die Umwelt gelangt. Die Lebensdauer von ${}^{137}\text{Cs}$ beträgt 44 Jahre.

- (a) Schätzen Sie ab, welche ${}^{137}\text{Cs}$ -Aktivität ein Reaktor erzeugt, der ein Jahr mit einer Leistung von 3 GW gelaufen ist.
- (b) Bei dem Fukushima-Unfall gelangten etwa 30 % dieses Isotops in die Atmosphäre. Schätzen Sie die mittlere Aktivität pro Quadratmeter ab, wenn Sie annehmen, daß das Isotop in einem recht schmalen Streifen von 120 km Länge und 60 km Breite verteilt wurde.