

## Thema: Fehlerrechnung

1. Durch Messung der Höhe  $h$  und des Durchmessers  $D$  soll das Volumen eines zylindrischen Körpers bestimmt werden. Die Längenmessungen werden 10 Mal wiederholt und liefern folgende Tabelle:

i	$h_i / \text{cm}$	$h_i - \bar{h}_i / \text{cm}$	$(h_i - \bar{h}_i)^2 / \text{cm}^2$	$D_i / \text{cm}$	$D_i - \bar{D}_i / \text{cm}$	$(D_i - \bar{D}_i)^2 / \text{cm}^2$
1	12,4	-0,1	0,01	8,0	0	0
2	12,8	0,3	0,09	8,1	0,1	0,01
3	12,1	-0,4	0,16	7,7	-0,3	0,09
4	12,7	0,2	0,04	8,0	0	0
5	12,9	0,4	0,16	7,8	-0,2	0,04
6	12,2	-0,3	0,09	7,9	-0,1	0,01
7	12,1	-0,4	0,16	8,3	0,3	0,09
8	12,5	0	0	8,2	0,2	0,04
9	12,4	-0,1	0,01	8,1	0,1	0,01
10	12,9	0,4	0,16	7,9	-0,1	0,01
$\Sigma$	<b>125</b>	<b>0,0</b>	<b>0,88</b>	<b>80</b>	<b>0,0</b>	<b>0,30</b>

- Wie groß sind die Mittelwerte und die Standardabweichungen der gemessenen Einzelwerte  $\sigma_h$  und  $\sigma_D$ ? Wie lauten die Messergebnisse mit Angabe der relativen Messunsicherheiten für die Höhe und den Durchmesser?
- Wie groß sind die Standardabweichungen der Mittelwerte  $\bar{\sigma}_h$  und  $\bar{\sigma}_D$ ?
- Welches Volumen  $V$  des Zylinders ergibt sich aus den gemessenen Mittelwerten? Wie groß ist die Messunsicherheit für das Volumen, d.h. auf welchen Wert ist das Volumen des Zylinders ungefähr bekannt (Fehlerfortpflanzung)?

2. Sie bestimmen die Höhe  $h$  eines Turms, indem Sie die Zeit  $t$  messen, in der ein Stein vom Turm bis zum Boden fällt. Der Zusammenhang zwischen Fallzeit und Höhe ist durch  $h = \frac{g}{2}t^2$  mit der mittleren Fallbeschleunigung  $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  gegeben. Sie führen die Messung mehrfach durch und erhalten die Messreihe 2.46 s, 2.44 s, 2.47 s, 2.43 s und 2.45 s. Geben Sie Mittelwert und Standardabweichung der Zeitmessung an. Berechnen Sie anschließend die Höhe des Turms mit Angabe des absoluten und relativen Fehlers unter der Annahme, dass der angegebene Wert für die Fallbeschleunigung korrekt ist.

3. Bei einer auskulatorischen Blutdruckmessung wird mithilfe einer aufpumpbaren Manschette der Blutstrom innerhalb der Arterie unterbunden. Durch das Verringern des Manschettendruckes sind bei Herzschlägen Verwirbelungen im wieder einsetzenden Blutstrom hörbar. Diese Korotkow-Geräusche beginnen, sobald der Manschettendruck unter den systolischen Blutdruck fällt und enden mit dem Unterschreiten des diastolischen Wertes. Da der Herzschlag i.A. nicht exakt zu diesen Zeitpunkten erfolgt, ergibt sich ein Messfehler (siehe Abbildung 1). Schätzen Sie die Größe dieses Fehlers für einen gemessenen Blutdruck von 120 zu 80 ab. Nehmen Sie dabei an, dass durch verschiedenen

schnelles Absenken des Manschettendrucks zwischen erstem und letztem Korotkow-Geräusch 5, 10 und 40 Herzschläge liegen.

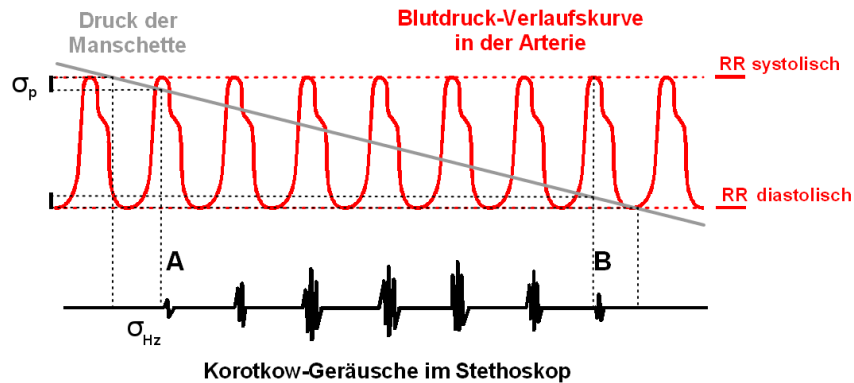


Abbildung 1: Messunsicherheit beim auskulatorischen Blutdruckmessen.  
Originalbild aus [de.wikipedia.org/wiki/Blutdruckmessung](https://de.wikipedia.org/wiki/Blutdruckmessung)

4. An einem Fadenpendel wurde für die Dauer von  $N = 10$  Schwingungen eine Zeit von  $t = (20.8 \pm 0.1)$  s gemessen. Berechnen Sie die folgenden Größen mit Angabe der absoluten und relativen Messunsicherheit (Fehlerfortpflanzung):

- Schwingungsdauer  $T = \frac{t}{N}$
- Frequenz  $f = \frac{1}{T}$
- Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f$

5. Ein Gerät zur Messung des Augeninnendruckes zeigt 19 mmHg Druckdifferenz zum Außenluftdruck. Das Gerät weist eine absolute Messunsicherheit von  $\pm 3,2$  mmHg auf. Wie groß ist somit die relative Messunsicherheit der gemessenen Druckdifferenz?

6. Bei 100 jungen Erwachsenen wird sonographisch die axiale Augapfellaenge jeweils einmalig am linken Auge gemessen. Der (arithmetische) Mittelwert der 100 Messwerte ist 24.0 mm, die Standardabweichung der Messwerte 1.0 mm und die Messunsicherheit als Standardabweichung des Mittelwerts (Standardfehler des Mittelwerts)  $\pm 0.1$  mm. Die Streuung der Messwerte genügt in guter Näherung einer Gauß-Verteilung.

An wie vielen zusätzlichen Probanden müsste in gleicher Weise gemessen werden, um die durch statistische Schwankung bedingte Messunsicherheit um den Faktor 10 zu reduzieren, also die Standardabweichung des Mittelwerts auf  $\pm 0.01$  mm zu senken (bei gleicher Standardabweichung der Messwerte)? Begründen Sie Ihre Antwort.

- (A) 100      (B) 900      (C) 1000      (D) 1900      (E) 9900

7. Ein Patient mit Diabetes mellitus bestimmt mithilfe eines elektronischen Messgeräts seine Glucose-Konzentration im Kapillarblut. Das Gerät weist eine (relative) Messunsicherheit von  $\pm 5\%$  auf.

Wenn das Gerät eine Konzentration von 140 mg/dL anzeigt, bedeutet das eine absolute Messunsicherheit von

- (A)  $\pm 3.5$  mg/dL    (B)  $\pm 5$  mg/dL    (C)  $\pm 7$  mg/dL    (D)  $\pm 14$  mg/dL  
 (E)  $\pm 28$  mg/dL

8. Im Rahmen einer Untersuchung wird die Körpergröße von 2850 Mädchen im Alter von 60 Monaten bestimmt. Die Größenverteilung genügt in guter Näherung einer Gauß-Verteilung mit einem Mittelwert von 110 cm und einer Standardabweichung von 5 cm.

Etwa wie groß ist der zu erwartende Anteil der Mädchen mit einer Körpergröße von mehr als 115 cm und wieso?

- (A) 5 %    (B) 8 %    (C) 16 %    (D) 22 %    (E) 33 %

9. Eines der Kriterien für die Tauglichkeit als männlicher Blutspender ist eine Hämoglobin-Konzentration im Blut von mindestens 8.37 mmol/L. Die Messung bei potenziellen Blutspendern erfolgte mit einem portablen Messgerät, das einen zufälligen Messfehler (Standardabweichung der Gauß-Fehlerkurve) von 0.20 mmol/L hat.

Etwa mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt der wahre Wert unter 8.37 mmol/L, wenn das Messgerät 8.57 mmol/L anzeigt?

- (A) 0.1 %    (B) 0.2 %    (C) 2 %    (D) 4 %    (E) 16 %

10. Im Rahmen einer Reihenuntersuchung wird bei etwa 1000 Probanden die (Gesamt-) Proteinkonzentration im Blutserum bestimmt. Die Streuung der aufgenommenen Daten lässt sich gut durch eine (gauß'sche) Normalverteilung beschreiben. Dabei liegen 68 % der Messwerte im Intervall von 70 g/L bis 80 g/L.

Zwischen welchen Intervallgrenzen liegen etwa 95 % aller Daten?

- (A) 55 g/L bis 95 g/L    (B) 57 g/L bis 93 g/L    (C) 60 g/L bis 90 g/L  
 (D) 65 g/L bis 85 g/L    (E) 68 g/L bis 82 g/L