



**Aufgabe 28**

(3 Punkte)

Stellen Sie den Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}(x, y, z) = \dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y + \dot{z}\vec{e}_z$  eines Masseteilchens in Kugelkoordinaten dar!

**Aufgabe 29**

(4 Punkte)

Gegeben sei ein nach oben geöffneter Kegel dessen Spitze sich im Punkt  $(0, 0, 0)$  befindet. Die Kegelachse fällt mit der  $z$ -Achse zusammen. Seine Höhe ist  $h$  und der Radius der Grundfläche sei  $r$ . Berechnen Sie unter Verwendung von Zylinderkoordinaten  $(\rho, \varphi, z)$

- (a) die gesamte Oberfläche des Kegels und
- (b) den Fluss des Vektorfeldes  $\vec{A}(\vec{r}) = a\rho^n(\cos \varphi, \sin \varphi, 0)$  durch die gesamte Kegeloberfläche.

**Aufgabe 30**

(5 Punkte)

Berechnen Sie das Volumenintegral

$$\int \int \int_{x^2+y^2+z^2 \leq 1} (\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + 3) \exp(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \, dx \, dy \, dz$$

sowohl direkt als auch mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes.

**Aufgabe (Zusatz zum Punkte aufbessern!)**

(6 Punkte)

Zeigen Sie, dass das Vektorfeld

$$\vec{A}(\vec{r}) = -\frac{zx}{r^3}\vec{e}_x - \frac{zy}{r^3}\vec{e}_y + \frac{x^2 + y^2}{r^3}\vec{e}_z$$

mit  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$  konservativ ist, sowohl durch die Berechnung der Rotation des Feldes  $\vec{A}(\vec{r})$  sowie durch die Berechnung des zugehörigen Potentials  $\Phi(\vec{r})$ . Berechnen Sie das Kurvenintegral  $\int_C \vec{A}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$  von  $A = (1, 1, 1)$  nach  $B = (2, 2, 2)$  entlang der kürzesten Verbindung.