



**Aufgabe 13**

(4 Punkte)

Berechnen Sie folgende uneigentliche Integrale

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\cosh^2 x}$$

**Aufgabe 14**

(5 Punkte)

a) Berechnen Sie die Länge des Parabelbogens mit der Gleichung  $f(x) = x^2$  im Bereich für  $|x| \leq 1$ !

b) Bestimmen Sie die Länge einer Herzkurve im ersten Quadranten. Die Kurve ist in Polarkoordinaten gegeben durch  $\rho(\varphi) = \cos^2(\frac{\varphi}{2}) = \frac{1}{2}(1 + \cos \varphi)$ .

**Aufgabe 15**

(4 Punkte)

Die Gleichung  $3y = z^3 + 3xz$  definiert implizit  $z$  als eine Funktion von  $x$  und  $y$ .

Berechnen Sie alle möglichen partiellen Ableitungen von  $z$  nach  $x$  und  $y$  bis zur zweiten Ordnung und zeigen Sie, dass  $z$  eine Lösung der Gleichung

$$x \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$$

ist.

**Aufgabe 16**

(4 Punkte)

Bestimmen Sie die stationären Punkte der Funktion

$$f(x, y) = x^3 + xy^2 - 12x - y^2$$

und stellen Sie deren Art fest.