



Übungsblatt 3

Abgabe: Donnerstag 8. November 2018

Aufgabe 9

(4 Punkte)

Berechnen Sie folgende Integrale

$$\int \frac{e^{2u} - 2e^u}{e^{2u} + 1} du$$

$$\int x \arcsin x dx$$

$$\int \frac{\sinh(t)}{\cosh(t)} dt$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$

Aufgabe 10

(2 Punkte)

Berechnen Sie die hundertste (100.) Ableitung der Funktion $f(x) = x^2 \sin(2x)$.

Aufgabe 11

(4 Punkte)

Gegeben ist die Funktion $F(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - 2\alpha x(x^2 + y^2) - \alpha^2 y^2 = 0$ in impliziter Form. Bestimmen Sie die Ableitung in folgenden Punkten $(2\alpha, 0)$ und $(0, \alpha)$ mit Hilfe der impliziten Differentiation.

Zeigen Sie, dass die durch $F(x, y) = 0$ bestimmte Kurve eine Kardioide mit $r(\varphi) = \alpha(1 + \cos \varphi)$ ist.

Aufgabe 12

(2 Punkte)

Es sei folgende Funktion gegeben

$$V(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad x^2 + y^2 + z^2 > 0.$$

Zeigen Sie, dass die LAPLACE-Gleichung

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

erfüllt ist.