



## Aufgabe 16 *Zum Spin eines Dreielektronensystems*

Gegeben seien drei Elektronen, die in irgendeiner Art und Weise gebunden sind. In dieser Aufgabe wollen wir uns ein wenig mit dem Spin dieses Dreikörperproblems befassen.

- a) Zeigen Sie, dass die Funktion  $\alpha(1)\alpha(2)\alpha(3)$  mit

$$S_{1z}\alpha(1) = \frac{1}{2}\alpha(1)$$

eine Eigenfunktion von  $S^2$  und  $S_z$  ist und bestimmen Sie die dazugehörigen Eigenwerte.

- b) Benutzen Sie den Absteigeoperator  $S_- = S_{1-} + S_{2-} + S_{3-}$  um alle  $2S+1$  Eigenfunktionen für  $S = 3/2$  zu finden. Dazu benötigen Sie selbstverständlich auch die Funktion  $\beta(1)$  für die

$$S_{1z}\beta(1) = -\frac{1}{2}\beta(1)$$

gilt.

## Aufgabe 17 *3-Teilchensystem*

Es seien  $\psi_{f_i}(\xi)$  orthonormierte Einteilchenwellenfunktionen. Konstruieren Sie daraus die Wellenfunktionen eines Systems, das aus drei identischen Teilchen besteht, die die Einteilchenquantenzustände mit den Quantenzahlen  $f_1$ ,  $f_2$  und  $f_3$  besetzen können. Betrachten Sie Bosonen und Fermionen und lassen Sie auch die Möglichkeit zu, dass die Quantenzahlen  $f_i$  bzw. Untergruppen davon ggfs. identisch sind.

Hinweis: Die Variable  $\xi$  steht für Ort und Spin.

## Aufgabe 18 *Etwas Formales zum Thema Identische Teilchen*

Es seien  $S_n$  und  $A_n$  die Symmetrisierungsoperatoren bzw. Antisymmetrisierungsoperatoren der Teilchen  $1, 2, \dots, n$  und  $S_{n-1}$  und  $A_{n-1}$  die Symmetrisierungsoperatoren bzw. Antisymmetrisierungsoperatoren der Teilchen  $1, 2, \dots, n-1$ . Zeigen Sie, dass

$$S_n = \frac{1}{n} \left[ 1 + \sum_{i=1}^{n-1} P_{(in)} \right] S_{n-1} = \frac{1}{n} S_{n-1} \left[ 1 + \sum_{i=1}^{n-1} P_{(in)} \right],$$
$$A_n = \frac{1}{n} \left[ 1 - \sum_{i=1}^{n-1} P_{(in)} \right] A_{n-1} = \frac{1}{n} A_{n-1} \left[ 1 - \sum_{i=1}^{n-1} P_{(in)} \right],$$

wobei  $P_{(ij)}$  der Operator für die Transposition  $(ij)$  ist.