



Aufgabe 9 *Dirac-Gleichung in Foldy-Wouthuysen-Darstellung*

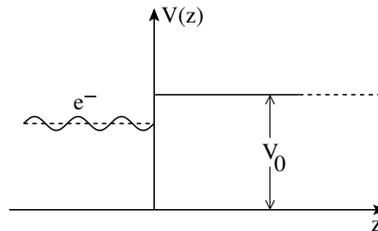
Leiten Sie die in der Vorlesung angegebene FOLDY-WOUTHUYSEN-Darstellung der DIRAC-Gleichung her, indem Sie die Transformationen

$$\hat{H}' \xrightarrow{\hat{S}'} \hat{H}'' \xrightarrow{\hat{S}''} \hat{H}'''$$

durchführen und die entstehenden Terme explizit berechnen.

Aufgabe 10 *Relativistische Streuung an der Potentialschwelle*

Diskutieren Sie die Streuung eines Elektrons an einer unendlich ausgedehnten Potentialschwelle vom Standpunkt der Einteilcheninterpretation der DIRAC-Gleichung.



Verwenden sie für das einfallende (transmittierte, reflektierte) Elektron den Ansatz

$$\Psi_{\text{ein}} = A_{\text{ein}} \exp \left[\frac{i}{\hbar} (pz - Et) \right]$$

$$\Psi_{\text{trans}} = A_{\text{trans}} \exp \left[\frac{i}{\hbar} (\bar{p}z - Et) \right]$$

$$\Psi_{\text{refl}} = A_{\text{refl}} \exp \left[\frac{i}{\hbar} (-pz - Et) \right] \quad ,$$

wobei E die Energie, $p = p_z$ den Impuls bezeichne, und m_0 die Ruhemasse des Elektrons.

Berechnen Sie insbesondere den Reflexionskoeffizienten $R = \frac{A_{\text{refl}}^\dagger A_{\text{refl}}}{A_{\text{ein}}^\dagger A_{\text{ein}}}$, wobei die 3 Fälle $V_0 \gtrless m_0 c^2 + E$ zu unterscheiden sind.

Wie groß ist der Transmissionskoeffizient $T = 1 - R$ für $V_0 \rightarrow \infty$? Was ergibt sich für Elektronen, die sich mit 80% Lichtgeschwindigkeit bewegen?

Hinweis: Für die Amplitude der einfallenden Welle ist es möglich, folgende Beziehung zu verwenden.

$$A_{\text{ein}}^\dagger \hat{\alpha}_z A_{\text{ein}} = \left(A_{\text{ein}}^\dagger A_{\text{ein}} \right) \frac{pc}{E} \quad (\text{Beweis?}).$$