



### Aufgabe 9 *Dirac-Gleichung in Foldy-Wouthuysen-Darstellung*

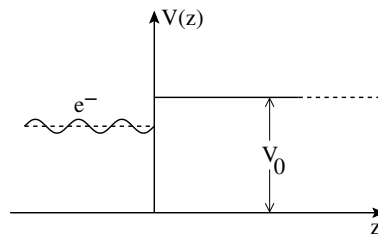
Leiten Sie die in der Vorlesung angegebene FOLDY-WOUTHUYSEN-Darstellung der DIRAC-Gleichung her, indem Sie die Transformationen

$$\hat{H}' \xrightarrow{\hat{S}'} \hat{H}'' \xrightarrow{\hat{S}''} \hat{H}'''$$

durchführen und die entstehenden Terme explizit berechnen.

### Aufgabe 10 *Relativistische Streuung an der Potentialschwelle*

Diskutieren Sie die Streuung eines Elektrons an einer unendlich ausgedehnten Potentialschwelle vom Standpunkt der Einteilcheninterpretation der DIRAC-Gleichung.



Verwenden sie für das einfallende (transmittierte, reflektierte) Elektron den Ansatz

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{ein}} &= A_{\text{ein}} \exp \left[ \frac{i}{\hbar} (pz - Et) \right] \\ \Psi_{\text{trans}} &= A_{\text{trans}} \exp \left[ \frac{i}{\hbar} (\bar{p}z - Et) \right] \\ \Psi_{\text{refl}} &= A_{\text{refl}} \exp \left[ \frac{i}{\hbar} (-pz - Et) \right] \quad , \end{aligned}$$

wobei  $E$  die Energie,  $p = p_z$  den Impuls bezeichne, und  $m_0$  die Ruhemasse des Elektrons.

Berechnen Sie insbesondere den Reflexionskoeffizienten  $R = \frac{A_{\text{refl}}^\dagger A_{\text{refl}}}{A_{\text{ein}}^\dagger A_{\text{ein}}}$ , wobei die 3 Fälle  $V_0 \gtrless m_0 c^2 + E$  zu unterscheiden sind.

Wie groß ist der Transmissionskoeffizient  $T = 1 - R$  für  $V_0 \rightarrow \infty$ ? Was ergibt sich für Elektronen, die sich mit 80% Lichtgeschwindigkeit bewegen?

*Hinweis:* Für die Amplitude der einfallenden Welle ist es möglich, folgende Beziehung zu verwenden.

$$A_{\text{ein}}^\dagger \hat{\alpha}_z A_{\text{ein}} = \left( A_{\text{ein}}^\dagger A_{\text{ein}} \right) \frac{pc}{E} \quad (\text{Beweis?}).$$