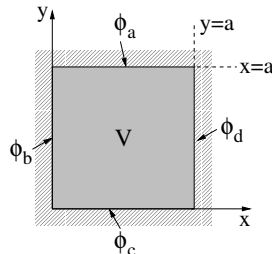


Aufgabe 20 *Zweidimensionales Randwertproblem*

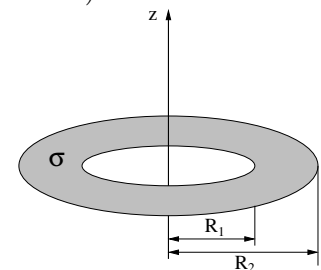
Folgendes Randwertproblem harret seiner Lösung: Vier Seiten eines Quadrates (Kantenlänge a) werden auf konstantem Potential $\phi_a, \dots, \phi_d$ gehalten, das Innere des Quadrates ist ladungsfrei.



- Bestimmen Sie alle Lösungen der (zweidimensionalen) Laplace-Gleichung $\Delta\phi(x, y) = 0$, welche die Form $\phi(x, y) = \xi(x)\chi(y)$ haben.
- Bestimmen Sie zunächst das Potential $\phi(x, y)$ innerhalb des Quadrates im Fall $\phi_b = \phi_c = \phi_d = 0$. Machen Sie dazu für ϕ einen Reihenansatz in den Lösungen aus Teil (a). Durch geeignete Wahl der Koeffizienten lassen sich die Randbedingungen erfüllen.
- Bestimmen Sie nun das Potential für beliebige $\phi_a, \dots, \phi_d$.

Aufgabe 21 *Geladene Kreisscheibe*

Berechnen Sie elektrisches Potential $\Phi(z)$ und Feld $\mathbf{E}(z)$ auf der (Symmetrie-) Achse eines homogen geladenen Kreistrings (Flächenladungsdichte σ , Radien R_1, R_2).



Diskutieren Sie beide Größen für große z . Betrachten Sie weiterhin die Grenzfälle

- $R_1 \rightarrow 0$, bei festem $R_2 = R$,
- $R_2 \rightarrow \infty$, bei festem R_1 ,
- $R_1 \rightarrow 0, R_2 \rightarrow \infty$.

Berechnen Sie nun allgemein das Potential $\phi(r, \theta, \phi)$ einer homogen geladenen Kreisscheibe für den Fall (i) mit $r \gg R$ durch Multipolentwicklung. Hinweis: Die Koeffizienten der Multipolentwicklung lassen sich am bequemsten durch Vergleich mit dem bekannten Ausdruck für ϕ auf der Symmetrieachse der Kreisscheibe ($r = z$) festlegen.

Aufgabe 22

Bestimmen Sie die Komponenten des Quadrupolmoment Q_{ij} eines Ellipsoids mit homogener Ladungsdichte bezüglich seines Zentrums.