Blatt 5 Abgabe: **Montag, 19.11.18** vor der Vorlesung

Aufgabe 14 *Coulomb kovariant*

Der Feldstärketensor $F^{\alpha\beta}$ einer mit Geschwindigkeit $\mathbf{v}$ gleichförmig bewegten Punktladung q ist in kovarianter Form durch

$$F^{\alpha\beta} = q\left(x^\alpha u^\beta - x^\beta u^\alpha\right)\left((u_\alpha x^\alpha)^2 - x_\alpha x^\alpha\right)^{-3/2}$$

gegeben. Dabei bezeichnet x^α den Relativvektor von der Ladung zum Ort des Feldes (insbesondere ist $x^\alpha = 0$ am Ort der Ladung), und u^α die konstante Vierergeschwindigkeit.

Geben Sie, ausgehend von diesem Ausdruck für $F^{\alpha\beta}$, die elektromagnetischen Felder $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ der Punktladung an.

Aufgabe 15

Eine statische Ladungsverteilung erzeugt das folgende radiale elektrische Feld

$$\vec{E} = A\frac{e^{-br}}{r}\vec{e}_r,$$

wobei A und b Konstanten sind.

(a) Finde und skizziere die Ladungsverteilung!

(b) Wie groß ist die Gesamtladung Q?

Aufgabe 16

Zunächst behandeln wir eine kugelsymmetrische Ladungsverteilung $\rho(r)$.
Aufgrund der großen Symmetrie haben wir dieses Problem recht gut im Griff.

(a) Zeigen Sie, daß elektrisches Potential und Feld durch

$$\Phi(r) = \frac{4\pi}{r}\int_0^r \rho(r')r'^2 dr' + 4\pi\int_r^\infty \rho(r')r' dr' \quad ,$$

$$\mathbf{E}(r) = \frac{4\pi\mathbf{r}}{r^3}\int_0^r \rho(r')r'^2 dr'$$

gegeben sind.

(b) Welches Potential und Feld hat eine endliche Ladungsverteilung (also $\rho(r) = 0$, sobald $r > R$ mit entsprechendem R) für hinreichend große r?

(c) Berechnen Sie Potential und Feld für eine Ladungsverteilung

$$\rho(r) = C\exp(-\frac{r}{2a}) \,.$$

Wie verhält sich $\Phi(r)$ für großes r? Vergleichen Sie mit Teil (b).

(d) Diskutieren Sie für Teil (c) den Grenzfall $a \to 0$, bei fester Gesamtladung $Q = \int \rho\, dV$ (sprich C ist entsprechend zu wählen).

(e) Die Ladungsverteilung eines Wasserstoffatoms im Grundzustand läßt sich durch den Beitrag des Elektrons, mit $\rho(r)$ wie in (c), und eine Punktladung $+e$ am Ort $\mathbf{r} = 0$, entsprechend dem Proton, beschreiben. Dabei ist a der Bohrsche Radius, e die Elementarladung, und die Konstante C so zu wählen, daß die Ladung des Elektrons gerade $-e$ ist. Berechnen Sie Potential und Feld dieses Atoms!