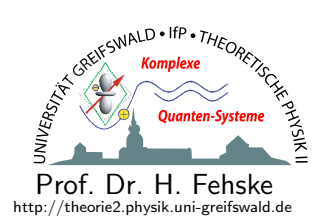




# Übungen zur Elektrodynamik

Theoretische Physik II

WS 2018/19



Prof. Dr. H. Fehske  
<http://theorie2.physik.uni-greifswald.de>

Blatt 5

Abgabe: **Montag, 19.11.18** vor der Vorlesung

## Aufgabe 14 *Coulomb kovariant*

Der Feldstärketensor  $F^{\alpha\beta}$  einer mit Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  gleichförmig bewegten Punktladung  $q$  ist in kovarianter Form durch

$$F^{\alpha\beta} = q \left( x^\alpha u^\beta - x^\beta u^\alpha \right) \left( (u_\alpha x^\alpha)^2 - x_\alpha x^\alpha \right)^{-3/2}$$

gegeben. Dabei bezeichnet  $x^\alpha$  den Relativvektor von der Ladung zum Ort des Feldes (insbesondere ist  $x^\alpha = 0$  am Ort der Ladung), und  $u^\alpha$  die konstante Vierergeschwindigkeit.

Geben Sie, ausgehend von diesem Ausdruck für  $F^{\alpha\beta}$ , die elektromagnetischen Felder  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  der Punktladung an.

## Aufgabe 15

Eine statische Ladungsverteilung erzeugt das folgende radiale elektrische Feld

$$\vec{E} = A \frac{e^{-br}}{r} \vec{e}_r,$$

wobei  $A$  und  $b$  Konstanten sind.

- Finde und skizziere die Ladungsverteilung!
- Wie groß ist die Gesamtladung  $Q$ ?

## Aufgabe 16

Zunächst behandeln wir eine kugelsymmetrische Ladungsverteilung  $\rho(r)$ . Aufgrund der großen Symmetrie haben wir dieses Problem recht gut im Griff.

- Zeigen Sie, daß elektrisches Potential und Feld durch

$$\Phi(r) = \frac{4\pi}{r} \int_0^r \rho(r') r'^2 dr' + 4\pi \int_r^\infty \rho(r') r' dr' ,$$
$$\mathbf{E}(r) = \frac{4\pi \mathbf{r}}{r^3} \int_0^r \rho(r') r'^2 dr'$$

gegeben sind.

- Welches Potential und Feld hat eine endliche Ladungsverteilung (also  $\rho(r) = 0$ , sobald  $r > R$  mit entsprechendem  $R$ ) für hinreichend große  $r$ ?
- Berechnen Sie Potential und Feld für eine Ladungsverteilung

$$\rho(r) = C \exp\left(-\frac{r}{2a}\right) .$$

Wie verhält sich  $\Phi(r)$  für großes  $r$ ? Vergleichen Sie mit Teil (b).

- Diskutieren Sie für Teil (c) den Grenzfall  $a \rightarrow 0$ , bei fester Gesamtladung  $Q = \int \rho dV$  (sprich  $C$  ist entsprechend zu wählen).
- Die Ladungsverteilung eines Wasserstoffatoms im Grundzustand läßt sich durch den Beitrag des Elektrons, mit  $\rho(r)$  wie in (c), und eine Punktladung  $+e$  am Ort  $\mathbf{r} = 0$ , entsprechend dem Proton, beschreiben. Dabei ist  $a$  der Bohrsche Radius,  $e$  die Elementarladung, und die Konstante  $C$  so zu wählen, daß die Ladung des Elektrons gerade  $-e$  ist. Berechnen Sie Potential und Feld dieses Atoms!