

Versuch O01: Strahlengang an Grenzflächen und Bildentstehung	
Physik, Studentenfassung(10000) vom 15. Juni 2021	
Gruppe/Versuchs-Nr.: /	Datum:
Name 1:	Name 2:
Note Testat:	Note Testat:
Note Protokoll:	Betreuer:

- **Versuchsziel**

Veranschaulichung des Brechungsgesetzes der Strahlenoptik und der Abbildungseigenschaften von Linsen

- **Themen zur Vorbereitung**

Snelliussches Brechungsgesetz, Totalreflektion; Strahlengang bei dünnen Sammell- und Zerstreuungslinsen, Bildentstehung, reelle und virtuelle Bilder, Abbildungsgleichungen, Methoden zur Brennweitenbestimmung, Abbildungsfehler

- **Messaufgaben**

1. **Brechungsgesetz:**

Bestimmen Sie die Brechzahl n des Halbzylinder-Materials für rotes Laserlicht aus der Abhängigkeit vom Ein- und Ausfallswinkel α bzw. β bei der Lichtbrechung. Verwenden Sie die verschiedenen Einfallswinkel $\alpha/^\circ = 5; 15; 25; 40; 70; 80$. Beachten Sie die Hinweise auf S. 11.

2. **Totalreflektion:**

Bestimmen Sie für den Halbzylinder den Grenzwinkel α_T für die Totalreflektion. Beachten Sie die Hinweise auf S. 11.

3. **Brennweite von Sammellinsen:**

Bestimmen Sie für die Sammellinsen L2 bis L5 die Brennweiten f . Messen Sie dazu die Gegenstands- und Bildweite g bzw. b , bei der Abbildung der Glühwendel. Schätzen Sie durch Variation der Linsenposition den jeweiligen Größtfehler ab. Beachten Sie weitere Hinweise auf S. 12.

Messen Sie für die Sammellinse L3 die Gegenstands- und Bildweite g bzw. b in drei verschiedenen Stellungen für eine Darstellung im b - g -Diagramm.

4. **Vergößerung:**

Ermitteln Sie die Größe G der Glühwendel. Wählen Sie dazu eine der Sammellinsen L2 bis L4, die Ihnen aus den Erfahrungen von Aufgabe 3 am besten geeignet scheint. Beachten Sie die Hinweise auf S. 13.

5. **Brennweite einer Zerstreuungslinse:**

Bestimmen Sie für die Zerstreuungslinse L1 die Brennweite f_Z , indem Sie zunächst unter Verwendung der Sammellinse L4 die Brennweite f des Linsensystems L1/L4 ermitteln. Dies geschieht auf gleichem Wege wie in Aufgabe 3. Führen Sie dies für drei verschiedene Gegenstandsweiten g aus. Beachten Sie weitere Hinweise auf S. 13.

- **Sicherheitshinweise**

Schauen Sie niemals in den Laserstrahl. Seine Leuchtdichte ist recht groß, so dass Sehzellen der Netzhaut Ihrer Augen zerstört werden könnten. Der verwendete Laser hat eine Leistung $\lesssim 1$ mW bei der Wellenlänge 650 nm (Rot). Damit gehört er zur Laserklasse 2 (man unterscheidet 4 Klassen, wobei Klasse 1 als ungefährlich gilt). Für die Klasse 2 gilt: „Laser dieser Klasse sind zwar nicht wirklich sicher,

der Augenschutz ist jedoch durch den Lidreflex und andere Abwehrreaktionen sichergestellt. Schaut man bewusst länger in den Strahl oder wird der Reflex z.B. medikamentös unterdrückt, kann eine Schädigung eintreten. “[J. Eichler, *Laser und Strahlenschutz*, Vieweg 1992, S.158]

• **Auswertung**

Messaufgabe 1: Bestimmen Sie aus den Messwerten die Brechzahl n des Halbzylinder-Materials unter Beachtung der Gleichungen (19) und (20), S. 11. Berechnen Sie dazu für einen jeden Einfallswinkel α die Brechzahl $n(\alpha)$, jeweils mit einer Größtfehlerabschätzung. Eliminieren Sie Ausreißer und bilden sie aus den restlichen Werten für n den Mittelwert \bar{n} sowie den entsprechenden Vertrauensbereich $s_{\bar{n}}$.

Messaufgabe 2: Bestimmen Sie aus den Messwerten die Brechzahl n des Halbzylinder-Materials unter Beachtung der Gleichungen (21) und (22), S. 11. Geben Sie den Größtfehler für n an.

Messaufgabe 3: Berechnen Sie aus den Messwerten die Brennweiten der Linsen nach (23). Ermitteln Sie die Größtfehler Δf der Brennweiten nach (24). Geben Sie auch den relativen Fehler $\Delta f/f$ in Prozent an. Nennen Sie Hauptgründe dafür, dass es zu keiner ideal scharfen Bildentstehung kommt.

Erstellen Sie ein b–g–Diagramm (s. Abb. 6, S. 8) für die drei Messwertepaare (g_k, b_k) , $k = 1; 2; 3$ von Gegenstands- und Bildweite der Linse 3. Ermitteln Sie daraus die Brennweite f , mit Größtfehlerabschätzung.

Messaufgabe 4: Berechnen Sie aus den Messwerten die Größe der Glühwendel nach (25). Ermitteln Sie die Größtfehler ΔG der Gegenstandsgröße nach (26). Geben Sie auch den relativen Fehler $\Delta G/G$ in Prozent an.

Messaufgabe 5: Ermitteln Sie aus den drei Messätzen jeweils einen Wert für die Brennweite f_Z der Zerstreuungslinse nach (18). Verwenden Sie für die Brennweite f_S der Sammellinse L4 den bereits in Aufgabe 3 gefundenen Wert. Bestimmen Sie schließlich aus den drei Werten für f_Z einen einzelnen Wert, mit Fehlerangabe.

1 Grundlagen

1.1 Vorbemerkungen

Dieser Versuch beschäftigt sich mit der *Strahlenoptik*, auch *geometrische Optik* genannt. Sie untersucht die Brechung (Ablenkung) von Lichtstrahlen an Grenzflächen zwischen verschiedenen Medien, in denen sich das Licht mit unterschiedlicher Phasengeschwindigkeit ausbreitet. Eine wichtige Anwendung sind optische Linsen zur Abbildung von hellen Gegenständen. Dies spielt eine Rolle in technischen Geräten wie Fotoapparaten, Tele- und Mikroskopen aber auch im menschlichen Auge.

Als Lichtquelle für die Messungen zur Brechung dient das monochromatische Licht einer Laser-Diode. Hingegen wird für die Untersuchungen zu den Abbildungseigenschaften von Linsen die Wärmestrahlung des heißen Wolframdrahtes einer Glühlampe verwendet. In Folge des elektrischen Energieumsatzes emittiert der Draht Wärmestrahlung mit hinreichender Intensität im sichtbaren Wellenlängenbereich.

1.2 Strahlengang an Grenzflächen

Phasengeschwindigkeit: Dies ist die Geschwindigkeit, mit der sich eine bestimmte Phase einer harmonischen („sinus-förmigen“) Welle im Raum ausbreitet. Im Falle einer ebenen monochromatischen Lichtwelle der *Kreisfrequenz* ω , die sich in positiver x -Richtung mit der *Wellenzahl* k ausbreitet, gilt für den Betrag des elektrischen Feldstärkevektors,

$$E(x, t) = E_0 \cdot \sin(\omega t - kx) .$$

Die Phasengeschwindigkeit c ist dann der Quotient aus Wellenlänge $\lambda = 2\pi/k$ und Schwingungsperiode $T = 2\pi/\omega$,

$$c = \lambda/T = \omega/k .$$

Brechzahl: Die Phasengeschwindigkeit c des Lichtes ist in unterschiedlichen lichtdurchlässigen Medien im Allgemeinen unterschiedlich groß. Bezeichnen c_1 und c_2 die Geschwindigkeiten von monochromatischem Licht in den Medien 1 bzw. 2 und gilt $c_1 > c_2$, so sagt man, *das Medium 2 ist optisch dichter als das*

*Medium 1.*¹⁾ Diese Aussage gilt zunächst nur für eine bestimmte Wellenlänge.

Im Vakuum wird die Lichtgeschwindigkeit auf den Wert

$$c_0 \equiv 299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

festgelegt.²⁾ Das Verhältnis von c_0 zur Geschwindigkeit c im Medium nennt man *Brechzahl* (auch *Brechungsindex*) des Mediums,

$$n = \frac{c_0}{c} \quad (1)$$

Wegen $c_0 \geq c$ gilt immer $n \geq 1$.

Dispersion: Die Brechzahl ist eine Materialkonstante. Allerdings hängt sie über c im Allgemeinen von der Vakuumwellenlänge λ_0 des Lichtes ab. Diese Abhängigkeit nennt man *Dispersion*. Sie wird *normal* genannt, wenn n für kürzere Wellenlängen wächst. Beispielsweise hat für viele in der Optik verwendete Gläser blaues Licht eine größere Brechzahl als rotes,³⁾

$$n(\lambda_{0,\text{blau}}) > n(\lambda_{0,\text{rot}}) .$$

¹⁾Die Sprechweise, *das Medium 2 hat eine größere optische Dichte als das Medium 1* ist in diesem Zusammenhang jedoch unzulässig. Die *optische Dichte* (auch *Extinktion*) E eines Körpers ist das logarithmische Verhältnis der Intensitäten I_e und I_a , mit denen ein Lichtstrahl in den Körper ein- bzw. austritt, $E \equiv \log_{10}(I_e/I_a)$. Infolge von Absorption, Streuung, Beugung und Reflexion gilt im Allgemeinen $I_e \geq I_a$ und folglich $E \geq 0$. Die Extinktion beschreibt also die Abschwächung des Lichtstrahls bei der Transmission durch einen Körper. Sie ist nicht Gegenstand dieses Versuches.

²⁾Der Wert der Naturkonstante c_0 ist per Gesetz festgelegt. Mit der Frequenz $\Delta\nu \equiv 9\,192\,631\,770 \text{ s}^{-1}$ des Hyperfeinstrukturübergangs des Grundzustands im ^{133}Cs -Atom wird heutzutage die Sekunde definiert,

$$\text{s} \equiv 9\,192\,631\,770 \Delta\nu^{-1} .$$

Das Meter folgt aus diesen beiden Naturkonstanten zu,

$$\text{m} \equiv (c_0/299\,792\,458)\text{s} \approx 30,663\,319 \text{ } c_0/\Delta\nu .$$

³⁾Die Photonenergie hf bestimmt unseren Farbeindruck (h = Plancksche Wirkungsquantum), nicht die Wellenlänge λ . Wenn man dennoch sagt, dass beispielsweise Licht der Wellenlänge 650 nm rot sei, so bezieht man sich auf die Wellenlänge $\lambda_{0,\text{rot}}$ im Vakuum. Breitet sich dieses Licht beispielsweise im flüssigen Wasser mit der Brechzahl $n = 1,333$ aus, so hat es dort die Wellenlänge

$$\lambda_{\text{rot}} = \lambda_{0,\text{rot}}/n \approx 488 \text{ nm} .$$

Hätte Licht diese Wellenlänge im Vakuum, so würde es türkisblau erscheinen.

Die Bereiche der Vakuumwellenlänge für blaues und rotes Licht sind,

$$\begin{aligned}\lambda_{0,\text{blau}} &\approx (400 \dots 500) \text{ nm} \\ \lambda_{0,\text{rot}} &\approx (630 \dots 780) \text{ nm} .\end{aligned}$$

In Abb. 1 sind Dispersionskurven $n(\lambda)$ für zwei häufig verwendete Glassorten dargestellt.

In Tab. 1 sind die Brechzahlen n einiger Medien angegeben. Bei optischen Gläsern hängt n wesentlich von der Glaszusammensetzung ab, sie bestimmt die Polarisierbarkeit der im Glas enthaltenen Stoffe. Darüber hinaus ist n von der Temperatur sowie der Wärmevorbehandlung abhängig.

Dispersion wird beispielsweise bei der Spektralanalyse von (buntem) Licht mittels eines Prismas genutzt (Prismenspektralapparat). Hingegen führt sie bei der Bildentstehung zu sogenannten *chromatischen Abbildungsfehlern* (s.u.).

Gesetzmäßigkeiten: Trifft ein Lichtstrahl auf eine Grenzfläche zwischen zwei Medien unterschiedlicher Brechzahl, so wird im Allgemeinen ein Teil der Strahlungsenergie reflektiert und der Rest transmittiert. Ist die Oberfläche rau, so würden beide Anteile räumlich diffus sein, hingegen beobachtet man an *glatten*⁴⁾

⁴⁾Eine jede Oberfläche ist rau, wenn man sie auf hinreichend kleinen Längenskalen betrachtet. Jedoch

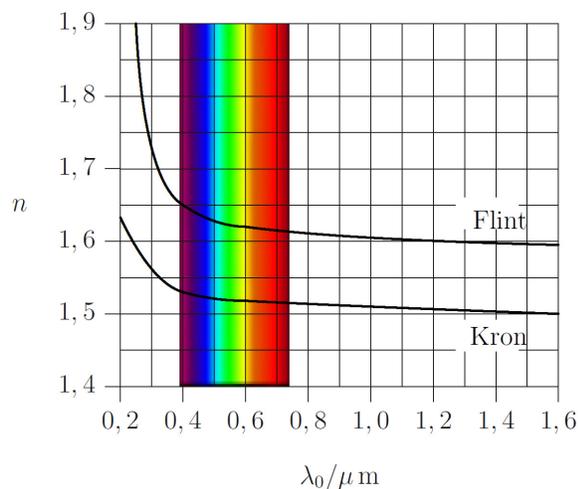


Abb. 1: Dispersionskurven von Flint- und Kronglas. Diese Glassorten zeigen normale Dispersion, denn für kürzere (Vakuum-)Wellenlängen λ_0 wächst der Brechungsindex n . Im sichtbaren Fenster $\lambda_0 \approx (0,38, 0,78)\mu\text{m}$ (mit „Regenbogen“ unterlegt) variiert n um (2...3)%.

Tab. 1: Brechzahlen n einiger Materialien für Licht der Vakuumwellenlänge 589nm (gelbe Natriumlinie) und Wellenlängenbereich $\lambda_u \dots \lambda_o$ für Transmission.

Material	n	$\frac{\lambda_u}{\text{nm}} \dots \frac{\lambda_o}{\text{nm}}$
Vakuum	1 (exakt)	
Luft (Normalbed.)	1,000 29	
Wassereis	1,31	
Wasser	1,333	
Diamant	2,42	
Bleisulfid	3,9	
menschliche Augenlinse	1,35 ... 1,42	
Quarzglas		
100%SiO ₂	$\approx 1,46$	200 ... 3000
Kronglas		
73%SiO ₂ , 17%K ₂ O u.a.	$\approx 1,52$	350 ... 2000
Flintglas		
62%SiO ₂ , 24%PbO u.a.	$\approx 1,62$	400 ... 2500
Plexiglas (Acrylglas)	$\approx 1,49$	

Oberflächen Lichtstrahlen. Es gelten dabei folgende Gesetze (Abb.2).

Reflektionsgesetz: Der einfallende und der reflektierte Strahl wie auch das Einfallslot liegen in einer Ebene. Ein- und Ausfallwinkel α bzw. α' , vom jeweiligen Strahl hin zum Lot gemessen, sind gleich groß,

$$\alpha = \alpha' \quad (2)$$

Brechungsgesetz: Der einfallende und der transmittierte Strahl wie auch das Einfallslot liegen in einer Ebene. Ein- und Ausfallwinkel α bzw. β , vom jeweiligen Strahl hin zum Lot gemessen, sind im Allgemeinen unterschiedlich groß, entsprechend dem nach Willebrord Snell (1580–1626) benannten Brechungsgesetz,

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \quad (3)$$

Totalreflektion: Beim Übergang von einem optisch dichteren Medium in ein optisch dünneres wird der transmittierte Lichtstrahl vom Einfallslot

wird hier eine Oberfläche *glatt* genannt, wenn die „charakteristischen Abmaße“ der Rauheitsstrukturen klein gegenüber der Wellenlänge des Lichtes sind.

weg gebrochen, der Einfallswinkel α ist also kleiner als der Ausfallswinkel β . Vergrößert man nun α bis zu dem Wert α_T , bei dem $\beta = \beta_T \equiv 90^\circ$ eintritt, so wird für jeden noch größeren Einfallswinkel ($\alpha > \alpha_T$) das Licht vollständig reflektiert, Abb. 2. Den Grenzwinkel α_T erhält

man aus dem Brechungsgesetz (3) unter Berücksichtigung von $\sin 90^\circ = 1$,

$$\sin \alpha_T = \frac{n_2}{n_1} \quad (4)$$

Folglich wird für $\alpha > \alpha_T$ die gesamte Energie des einfallenden Strahls reflektiert.

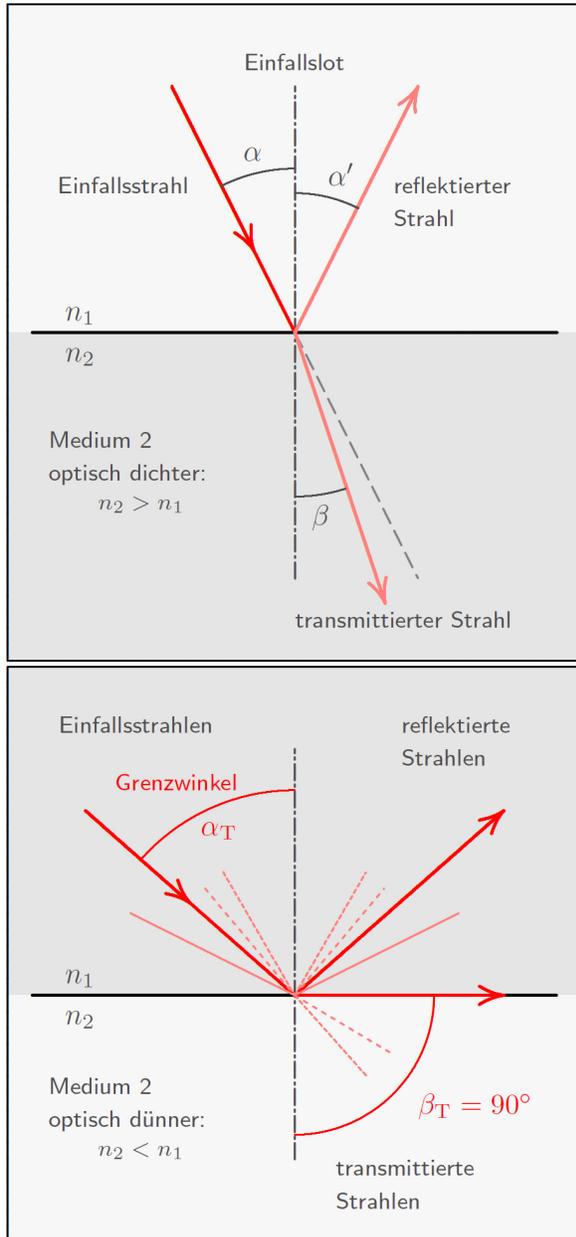


Abb. 2: Strahlengang bei Reflektion und Brechung an einer glatten Grenzfläche zwischen Medien der Brechzahlen n_1 und n_2 . Beim Übergang in ein optisch dichteres Medium (oben) wird der transmittierte Strahl zum Einfallslot hin gebrochen, $\alpha > \beta$. Andernfalls (unten) erfolgt die Brechung vom Lot weg. Übersteigt hier der Einfallswinkel den Grenzwinkel α_T (Gl. (4)), so tritt Totalreflektion auf.

1.3 Bildentstehung

Grundsätzliches: Von einem Punkt auf der Oberfläche eines Gegenstandes wird im Allgemeinen Licht in alle Richtungen ausgesandt, andernfalls könnte ein Beobachter den Gegenstand nicht aus verschiedenen Blickrichtungen wahrnehmen. Dabei kann der Gegenstand selbst leuchten, wie der Wolframdraht einer Glühlampe. Alternativ wird der Gegenstand beleuchtet, wobei ein Teil des einfallenden Lichtes in alle Richtungen (diffus) zurückgestreut wird, sofern die Oberfläche rauh ist.

Man betrachtet nun die von einem Punkt auf der Gegenstandsfläche in alle Richtungen ausgehenden Lichtstrahlen, ein sogenanntes *Strahlenbündel*. Wird ein Teil dieses Bündels durch eine optische Vorrichtung auf einen Punkt eines ebenen Schirmes gelenkt, so spricht man von einer *Bildentstehung*, wenn Folgendes gilt:

1. Das Strahlen-Teilbündel verengt sich auf dem Schirm zu einem Punkt.
2. Die Teilbündel benachbarter Punkte der Oberfläche des Gegenstandes werden auf benachbarte Punkte auf dem Schirm gelenkt.

Derartige Bilder entstehen beispielsweise auf der Netzhaut des (menschlichen) Auges von Gegenständen der Umgebung durch die Brechkraft der Hornhaut und der Linse (s. S. 14 f.).

Linsen: Zur Konstruktion des Bildes betrachtet man die Ablenkung der Lichtstrahlen beim Eintritt in eine Linse wie auch beim Austritt ins umgebende Medium entsprechend dem Snelliusschen Brechungsgesetz.

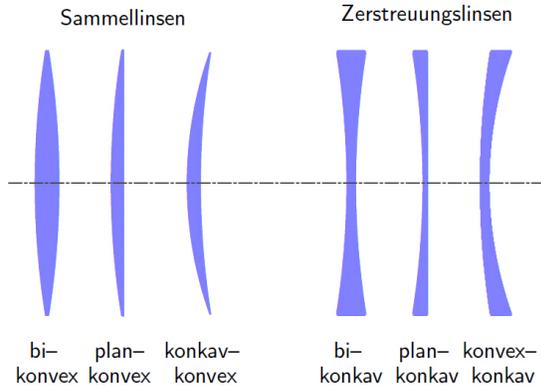


Abb. 3: Zentrale Querschnitte verschiedener dünner sphärischer Linsen.

Der Strahlenverlauf hängt wesentlich von der Linsengeometrie ab. Häufig verwendet man *sphärische* Linsen, d.h., die Linse ist ein rotationssymmetrischer Körper, mit zwei Seitenflächen, die jeweils Teil einer Kugeloberfläche sind, Abb. 3. Diese Kugeln haben im Allgemeinen verschiedene Radien. Verkleinert sich die Linsendicke vom Linsenmittelpunkt hin zur Peripherie, so spricht man von einer *Sammel-*, andernfalls von einer *Zerstreuungslinse*.

Eine Linse wird *dünn* genannt, wenn ihre Dicke entlang der Symmetrieachse klein ist gegenüber einem jeden der beiden Krümmungsradien. Bei der Berechnung des Strahlengangs für dünne Linsen sind vereinfachende Näherungen möglich, im Unterschied zu dicken Linsen.

Kenngößen: Den Strahlengang durch eine *Sammellinse* bei der Entstehung eines Bildes der Größe B von einem Gegenstand der Größe G zeigt Abb. 4. Darin bezeichnen g die *Gegenstandsweite*, b die *Bildweite* und f die *Brennweite*. Den Kehrwert der Brennweite nennt man *Brechkraft*,

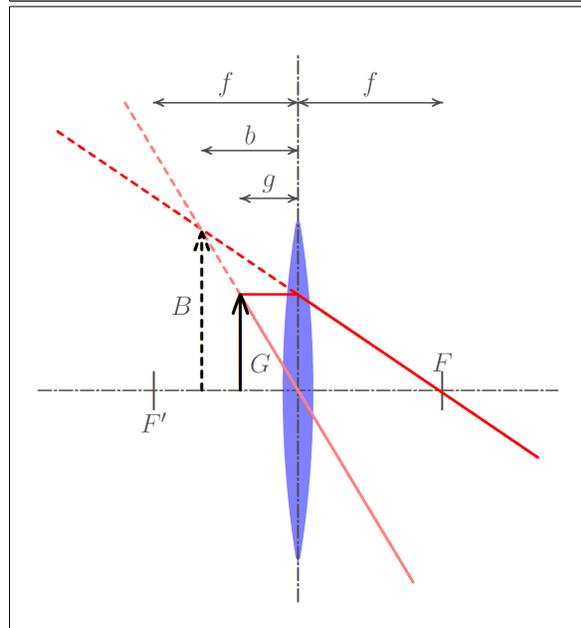
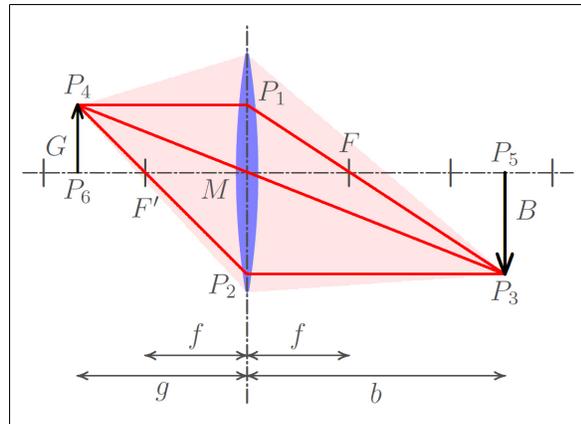
$$D = f^{-1} \quad (5)$$

Sie wird in der Einheit *Dioptrie* angegeben, mit dem Kürzel

$$\text{dpt} \equiv \text{m}^{-1} \quad .$$

Für Sammellinsen werden Brennweite und Dioptrie als positive Werte angegeben, für Zerstreuungslinsen hingegen negativ.

Regeln der Bildkonstruktion: Zur Bildkonstruktion langt es, zwei repräsentative Strahlen zu betrach-



ten, welche von einem Punkt auf der Oberfläche des Gegenstandes ausgehen und sich auf der Bildseite transversal kreuzen. Alle anderen vom diesem Punkt ausgehenden Strahlen schneiden sich dann im selben Punkt des Bildes.

Oben: Für $g > f$ entsteht rechts der Linse ein umgekehrtes reelles Bild. Nach Gl. (10) ist das Bild für $f < g < 2f$ vergrößert und für $g > 2f$ verkleinert.

Unten (Lupe): Für $g < f$ entsteht links der Linse ein aufrechtes virtuelles vergrößertes Bild.

ten, welche von einem Punkt auf der Oberfläche des Gegenstandes ausgehen und sich auf der Bildseite transversal kreuzen. Alle anderen vom diesem Punkt ausgehenden Strahlen schneiden sich dann im selben

Bildpunkt, sofern man Abbildungsfehler (s.u.) vernachlässigt. Dabei gelten folgende Regeln:

1. Ein vom Gegenstand ausgehender *Parallelstrahl* (parallel zur optischen Achse) wird bildseitig zum Brennpunktstrahl durch den Brennpunkt F .
2. Ein vom Gegenstand ausgehender Brennpunktstrahl durch den gegenstandsseitigen Brennpunkt F' , wird bildseitig zum Parallelstrahl.
3. Ein Mittelpunktstrahl wird nicht abgelenkt.

Diese Regeln gelten jedoch nur näherungsweise für dünne Linsen, für dicke Linsen sind sie allzu ungenau.

Reelle und virtuelle Bilder:

Kann man das Bild auf einem Schirm konstruieren, also praktisch „auffangen“, so spricht man von einem *reellen* Bild, Abb. 4 (oben). Im Unterschied dazu gibt es auch sogenannte *virtuelle* Bilder. Diese entstehen beispielsweise bei einer Sammellinse, wenn die Gegenstandsweite g kleiner als die Brennweite f ist, Abb. 4 (unten). Auch Zerstreuungslinsen liefern virtuelle Bilder, Abb. 5. *Virtuelle* Bilder kann man wiederum mit einer Sammellinse in ein reelles Bild auf einem Schirm überführen. Dies macht beispielsweise die menschliche Augenlinse, der Schirm ist dann die *Netzhaut* (Retina), auf der sich die Sehzellen⁵⁾ befinden.

Wird ein reelles Bild (Abb. 4, oben) auf einem Schirm mit diffuser Reflexion dargestellt, so werden die vom Schirm reflektierten Lichtstrahlen des Bildes wiederum von der Linse auf den Gegenstand abgebildet. Der Richtungssinn der Strahlen ist dann beidseitig, vom Gegenstand zum Bild und auch umgekehrt, jedoch sind die Intensitäten der reflektierten Strahlenbündel in der Regel deutlich geringer.

⁵⁾Es gibt verschiedenen Arten von Sehzellen, das sind Zäpfchen für das Tag- und Stäbchen für das Dämmerungssehen. Es gibt nun wiederum drei Sorten von Zäpfchen, die ihre höchste Empfindlichkeit bei den Vakuumwellenlängen des eintreffenden Lichtes von ca. 600 nm, 540 nm und 460 nm haben, was den Farben Rot, Grün und Blau entspricht. In der Technik werden alle anderen Farben durch Überlagerung dieser drei Farben mit unterschiedlichen Intensitäten erzeugt. Sind alle drei Intensitäten gleich groß, so ist der subjektive Farbeindruck der von Grau. Sind diese gleichen Intensitäten auch noch hinreichend groß, so entsteht der Eindruck von Weiß.

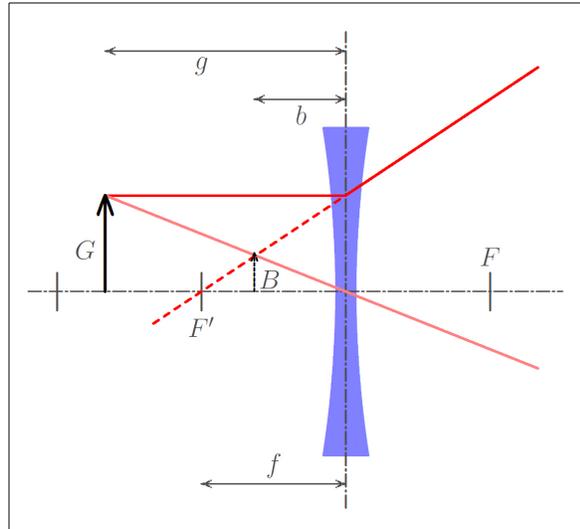


Abb. 5: Strahlengang an einer dünnen Zerstreuungslinse. Es entsteht ein virtuelles, aufrechtes und verkleinertes Bild der Größe B . Mit wachsender Gegenstandsweite g verringert sich B . Für jedes g ist B kleiner als die Gegenstandsgröße G . F' ist hier ein *virtueller* Brennpunkt.

Abbildungsgleichungen: In Abb. 4 (oben) erkennt man, dass die Dreiecke mit den Eckpunkten (P_1, M, F) und (P_1, P_2, P_3) ähnlich sind. Folglich sind entsprechende Seitenverhältnisse gleich,

$$\frac{f}{G} = \frac{b}{G + B} .$$

Analog erhält man aus der Ähnlichkeit der Dreiecke mit den Eckpunkten (P_2, M, F') und (P_2, P_1, P_4) ,

$$\frac{f}{B} = \frac{g}{G + B} .$$

Die Division dieser beiden Gleichungen liefert die Vergrößerung,

$$V \equiv \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \tag{6}$$

Diese Beziehung gilt für alle Gegenstandsweiten g und sowohl für Sammell- wie auch Zerstreuungslinsen, Abb. 5.

In Abb. 4 sind die Dreiecke mit den Eckpunkten (F, M, P_1) und (F, P_5, P_3) ähnlich, folglich gilt für die Vergrößerung auch,

$$\frac{B}{G} = \frac{b - f}{f} . \tag{7}$$

Nach (6) gilt aber auch $G/B = g/b$ und somit

$$\frac{b}{g} = \frac{b - f}{f} . \tag{8}$$

Nach Division durch b und leichter Umstellung folgt die sogenannte *Linsengleichung*,

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}} \quad (9)$$

Newtonsche Form der Linsengleichung:

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke mit den Eckpunkten (F', M, P_2) und (F', P_6, P_4) folgt eine dritte Gleichung für die Vergrößerung,

$$\frac{B}{G} = \frac{f}{g - f} \quad (10)$$

Unter Beachtung von (7) erhält man daraus die Newtonsche Form der Linsengleichung,

$$\boxed{(b - f)(g - f) = f^2} \quad (11)$$

Sie lässt sich leicht in die Form (9) umstellen.

Lupe: Von einer *Lupe* spricht man bei der Entstehung eines virtuellen Bildes an einer Sammellinse, wenn der Gegenstand dichter an der Linse liegt als der Brennpunkt, also für $g < f$, Abb. 4 (unten). Für $g \uparrow f$ wächst die Vergrößerung B/G gegen unendlich. Jedoch lassen sich real nicht beliebige Vergrößerungen erzielen, was u.a. an Abbildungsfehlern realer Linsen liegt.⁶⁾

Bestimmung der Brennweite von Sammellinsen im b-g-Diagramm: Sind die Gegenstandsweite g und die Bildweite b bekannt, so kann man die Brennweite f der Linse auf graphischem Wege wie folgt ermitteln: Man zeichnet in einem Diagramm den Graphen der Geradengleichung (Abb. 6),

$$y_{g,b}(x) = -\frac{b}{g}x + b \quad (12)$$

Die Punkte $(x, y) = (g, 0)$ und $(0, b)$ liegen auf dieser Geraden. Darüber hinaus gilt,

$$y_{g,b}(f) = -\frac{b}{g}f + b = \frac{b(g - f)}{g}$$

⁶⁾Das Auflösungsvermögen solch einfacher optischer Apparaturen wird auch durch die von null verschiedene Wellenlänge des verwendeten Lichtes begrenzt. Im sichtbaren Wellenlängenbereich können Punkte, die dichter als etwa 250 nm liegen, nicht aufgelöst werden.

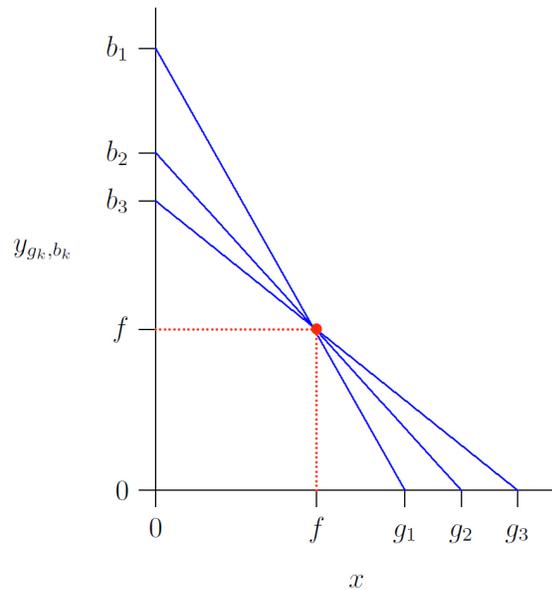


Abb. 6: „b-g-Diagramm“ zur Bildentstehung mit Sammellinsen der Brennweite f . Kennt man für eine Linse mehrere Wertepaare (g_k, b_k) , $k = 1; 2; \dots$, so schneiden sich die Graphen aller Geradengleichungen (12), im Punkt (f, f) , denn es gilt $y_{g_k, b_k}(f) = f$ für alle k .

Unter Beachtung von (8) und (11) folgt

$$y_{g,b}(f) = \frac{(b - f)(g - f)}{f} = f$$

Somit liegt also für jedes Wertepaar (g, b) von Gegenstands- und Bildweite, welches zu einer bestimmten Brennweite f die Linsengleichung (9) erfüllt, auch der Punkt $(x, y) = (f, f)$ auf der Geraden.

Bessel-Methode zur Bestimmung der Brennweite von Sammellinsen:

Die Brennweite f einer Sammellinse kann man nach der Linsengleichung (9) aus den gemessenen Werten von Gegenstands- und Bildweite g bzw. b berechnen. Eine alternative Methode hat Friedrich Wilhelm Bessel (1784–1846) vorgeschlagen.

Positioniert man einen Gegenstand und einen Schirm in einem hinreichend großen Abstand

$$\boxed{e > 4f} \quad (13)$$

so findet man zwischen Gegenstand und Schirm zwei Positionen der Linse, bei denen der Gegenstand auf dem Schirm (scharf) abgebildet wird, Abb. 7, Anhang 14. Sind g und b die Gegenstands- bzw. Bildweite in der ersten Position (Abb. 7, oben) und ent-

sprechend g' und b' jene in der zweiten (Abb. 7, unten), so gelten,

$$\begin{aligned} e &= b + g = b' + g' & (14) \\ d &= b - g = g' - b' . \end{aligned}$$

Darin bezeichnet d den Abstand der beiden Linsenpositionen. Dieses Gleichungssystem kann man nach g und b auflösen,

$$g = (e - d)/2 , \quad b = (e + d)/2 .$$

Setzt man diese Terme in die Linsengleichung (9) ein, so folgt für die Brechkraft,

$$f^{-1} = \frac{2}{e - d} + \frac{2}{e + d} .$$

Ihr Kehrwert liefert die Brennweite,

$$f = \frac{e^2 - d^2}{4e} \quad (15)$$

Danach kann man also die Brennweite aus den Messwerten für e und d berechnen, was man *Bessel-Methode* nennt.

Bestimmung der Brennweite von Zerstreuungslinsen:

Eine Zerstreuungslinse erzeugt nur virtuelle Bilder, die nicht auf einem Schirm projiziert werden können. Folglich kann man ihre Brennweite f_Z nicht nach den oben beschriebenen Methoden ermitteln. Kombiniert man jedoch die Zerstreuungslinse mit einer Sammellinse der Brennweite f_S , auf der gleichen optischen Achse im Abstand a (Abb. 8), so erhält man die resultierende Brechkraft des Linsensystems aus,

$$\frac{1}{\bar{f}} = \frac{1}{f_Z} + \frac{1}{f_S} - \frac{a}{f_Z f_S} . \quad (16)$$

Für hinreichend kleine Abstände,

$$a < f_Z + |f_S| , \quad (17)$$

hat dieses Linsensystem eine positive Brechkraft. Man kann das System deshalb als eine (fiktive) Sammellinse auffassen, für die man die Brennweite f nach einer der oben beschriebenen Methoden ermitteln kann. Sind nun f_S sowie a bekannt, so folgt aus (16) die Brennweite der Zerstreuungslinse,

$$f_Z = \frac{f(f_S - a)}{f_S - f} \quad (18)$$

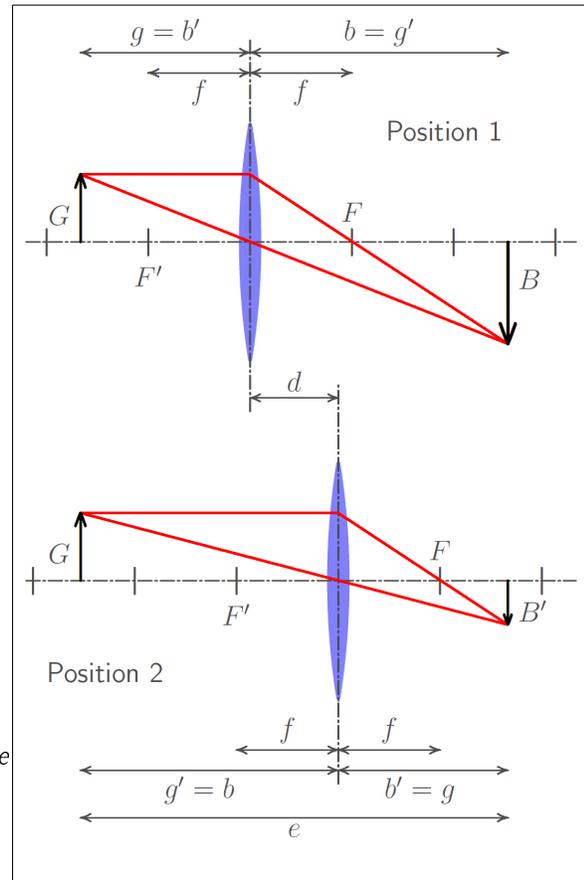


Abb. 7: Bei einem festen Abstand e zwischen Gegenstand und Schirm gibt es zwei Positionen der Linse, bei denen auf dem Schirm ein Bild entsteht.

Abbildungsfehler (Abberationen): Im Idealfall ist das Bild, welches durch ein optisches System entsteht, hinsichtlich der Farben und der Konturen originalgetreu. Das bedeutet:

1. Alle Lichtstrahlen, die sich in einem Bildpunkt sammeln, stammen von nur einem Punkt auf der Oberfläche des Gegenstandes.
2. Das Bild ist nicht verzerrt.

Keine Verzerrungen treten auf, wenn alle Abstände von Bildpunkten ein und dieselbe Vergrößerung von entsprechenden Abständen von Punkten auf der (zwei-dimensionalen) Projektion der Oberfläche des Gegenstandes auf die Bildebene sind.

In der Realität weichen Bilder immer mehr oder weniger von diesem Ideal ab. Die Ursachen für Abbildungsfehler sind vielfältig, man kann jedoch einige wesentliche herausstellen:

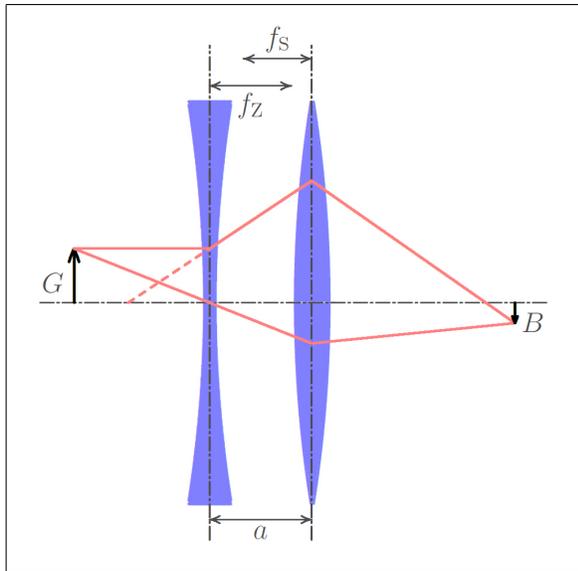


Abb. 8: Strahlengang durch ein System aus Zerstreungs- und Sammellinse. Das System hat hier eine positive Brechkraft.

Sphärische Abberation: Sphärische Linsen liefern immer unscharfe Bilder, was umso stärker ausgeprägt ist, je dicker die Linse ist im Vergleich zum Krümmungsradius ihrer Oberfläche. Insbesondere erzeugen achsenferne Strahlen sogenannte *Halos* (Lichtringe). Man kann diese Fehler durch die Verwendung dünner Linsen verringern oder auch durch die geschickte Kombination mehrerer (sphärischer) Linsen. Alternativ werden auch *asphärische* Linsen verwendet, deren Oberfläche einen (lokalen) Krümmungsradius hat, welcher mit dem Abstand vom Linsenmittelpunkt wächst. Diese Linsen verursachen jedoch höhere Kosten als geschickt kombinierte sphärische Linsen, bei gleichem Korrekturerfolg.

Astigmatismus: Sind Linsen nicht ideal rotationssymmetrisch, können Objektstrahlen, die von einem Punkt ausgehen, auf einen Strich abgebildet werden. Man spricht hier vom *Astigmatismus* (Punktlosigkeit). Diesen Fehler kann man durch *Zylinderlinsen* korrigieren.

Chromatische Abberation: Das Linsenmaterial zeigt Dispersion, so dass das Bild nur für eine Wellenlänge scharfe Konturen aufweisen kann. Bei der Beleuchtung des Gegenstandes mit weißem (multi-chromatischem) Licht erhält

man bunte Farbsäume am Bildrand bzw. innerhalb des Bildes keine originalgetreue Farbwiedergabe. Durch die geschickte Kombination von Linsen unterschiedlicher Brechzahlen und Dispersion lassen sich diese Abbildungsfehler minimieren.

2 Versuchsapparatur

Die Versuchsapparatur ist in Abb. 9 dargestellt. Die optische Bank bildet eine Winkelschiene, auf der die optischen Elemente in Abständen bis etwa 1 m angeordnet werden können. Neben der Papierskala auf der optischen Bank stehen auch zwei Stahllineale und ein Messschieber für die verschiedenen Längenmessungen zur Verfügung. Die verschiedenen optischen Elemente wie z. B. Lichtquellen und Linsen haben ein zylinderförmiges Gehäuse (Rahmen) mit gleichem Durchmesser (ca. 80 mm), so dass sie durch einfaches Auflegen auf die Winkelschiene auf die optische Achse ausgerichtet sind. Ein Bildschirm steht zur Verfügung, der auf einer Seite mit Millimeterpapier für (grobe) Längenmessungen versehen ist.

Als Lichtquellen dient je nach Messaufgabe eine La-



Abb. 9: Gesamtüberblick zur Versuchsapparatur:

- (1) Optische Bank mit Längenskale
- (2) Glühlampe (12 V, 200 mA)
- (3) Lasermodul ($\lambda_0 = 650 \text{ nm}$, Leistung $< 1 \text{ mW}$)
- (4) Spannungsquelle (1,5 ... 10) V, 0,8 A
- (5) Halbzylinder und Sockel mit Winkelskale
- (6) Zerstreulinse L1
- (7) Sammellinsen L2, L3, L4 und L5
- (8) Bildschirm
- (9) Stahllineale 50 cm und 1 m
- (10) Messschieber.

serdiode oder eine Glühlampe.⁷⁾ Die Betriebsspannung wird für beide Quellen von der selben Spannungsversorgung erzeugt. Sie besteht aus einem Schaltzerteil und einem nachgeschalteten elektronischen Regler für den Spannungsbereich von etwa (1,5 . . . 10) V und Stromstärken bis zu 800 mA.

Die Glühwendel der Lampe dient in den Versuchen als selbst leuchtender Gegenstand. Dessen Helligkeit kann über die Betriebsspannung variiert werden. Die Lampe ist mit Spannungen bis zu 12 V zu betreiben. Ein dunkelrotes Leuchten ist jedoch schon bei etwa 1 V mit dem Auge wahrnehmbar. Für die Versuche zu den Abbildungseigenschaften von Linsen wählt man eine geeignete Leuchtstärke, um das Bild der Wendel deutlich auf dem Bildschirm zu erkennen.

Das Lasermodul erzeugt einen roten Lichtstrahl, der in den Versuchen zur Lichtbrechung verwendet wird. Man kann das Modul im Spannungsbereich (2,5 . . . 12,0) V betreiben, wobei im Unterschied zur Glühlampe die Polarität zu beachten ist. Die Intensität des Strahls vergrößert sich etwas mit der Spannung. Das Modul besteht aus einer kommerziellen Laserdiode. Zusätzlich ist ein Filter für linear polarisiertes Licht eingebaut und eine Blende mit dem Durchmesser 2 mm. Der Strahl ist auf die optische Achse der Anordnung justiert. Man überprüft die Justierung, indem man das Modul auf der optischen Bank dreht, wobei der Lichtfleck auf dem Bildschirm am selben Punkt verharren sollte. Bei einer Dejustierung wandert er dabei jedoch auf einer Kreisbahn. Eine geringfügige Dejustierung ist in den Versuchen zur Lichtbrechung tolerabel — hier ist allein die horizontale Ausrichtung wichtig, was

⁷⁾ Im Unterschied zum monochromatischen Laserlicht ist das Licht einer leuchtenden Glühlampe die Überlagerung von (unendlich) vielen monochromatischen Wellen — dem Kontinuum der Wärmestrahlung. Die Änderung der Intensität für verschiedene Wellenlängen wird durch das Strahlungsgesetz von Max Planck (1858–1947) beschrieben. Je wärmer der Gegenstand (Draht), desto mehr verschiebt sich die Verteilung hin zu kürzeren Wellenlängen. Das Intensitätsmaximum liegt bei der Wellenlänge von etwa $2898 \mu\text{m}/(T/\text{K})$, worin T die absolute Temperatur ist. Bei der Nennspannung der Glühlampe (12 V) gilt $T \approx 3200 \text{ K}$. Somit liegt die maximale Intensität bei 900 nm, also noch unterhalb des für Menschen sichtbaren Fensters der Wellenlängen (380 . . . 780) nm. Auf den sichtbaren Bereich entfallen dann (2. 5)% der gesamten Strahlungsenergie. Der weit größere Anteil der elektrischen Energie wird in unsichtbare Infrarotstrahlung gewandelt sowie in Wärmeenergie, die über die Drahtanschlüsse und das Schutzgas im Glaskolben (Stickstoff, bei effizienteren Glühlampen auch ein Edelgas) an die Umwelt abgeleitet wird. Betreibt man die Glühlampe unterhalb der Nennspannung, ist die (stationäre) Temperatur der Glühwendel niedriger und folglich der genutzte sichtbare Strahlungsanteil noch geringer.

durch eine geeignete Drehung des Moduls leicht erreicht werden kann.

In den Versuchen zur Lichtbrechung wird ein Halbzylinder aus Polyacryl verwendet, den man auf einem Sockel mit einer Winkelskala drehbar plziert. An der glatten Seite des Halbzylinders liest man den Drehwinkel ab, wobei der Nullpunktfehler zu beachten ist.

3 Hinweise

3.1 Messaufgabe 1: Brechungsgesetz

Zur Bestimmung des Brechungsindex n des Materials vom Halbzylinder wird auf der optischen Bank eine Anordnung mit rotem Laserlicht verwendet, Abb. 10.

Das Licht tritt aus der Luft über die ebene Fläche in den Halbzylinder ein und wird dabei entsprechend dem Brechungsgesetz (3) zum Einfallslot hin abgelenkt, vgl. Abb. 2 oben. Liegt der Eintrittspunkt auf der Zylinderachse, so erfährt der Strahl beim Austritt aus dem Halbzylinder keine weitere horizontale Ablenkung. Die gesamte, leicht messbare, horizontale Ablenkung ist dann also allein auf die Brechung beim Eintritt in den Halbzylinder zurückzuführen.

Der Eintrittswinkel α kann direkt von der Winkelskala unter dem Halbzylinder abgelesen werden. Hierbei ist eine Nullpunkt Korrektur zu machen. Der Austrittswinkel β folgt indirekt aus den zu messenden Abständen a der Zylinderachse vom Schirm und b der Schirmmitte (optischen Achse) zum Leuchtpunkt auf dem Schirm,

$$\beta = \alpha - \arctan \frac{b}{a} . \quad (19)$$

Setzt man für den Brechungsindex der Luft näherungsweise 1, so erhält man aus dem Brechungsgesetz schließlich den gesuchten Brechungsindex n des Materials vom Halbzylinder,

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} . \quad (20)$$

3.2 Messaufgabe 2: Totalreflektion

Zur Bestimmung des Grenzwinkels α_T der Totalreflektion tritt das Laserlicht zunächst entlang eines

Radialvektor in den Halbzylinder ein (Abb. 11). Dabei wird es nicht abgelenkt. Beim Austritt aus dem Halbzylinder in das optisch dünnere Medium Luft wird der Lichtstrahl von Einfallslot weg gebrochen und trifft auf den Schirm. Beträgt der Ausfallswinkel $\beta = 90^\circ$, so wird alles Licht, welches auf die glatte Seite des Halbzylinders trifft, reflektiert. Für $\alpha > \alpha_T$ gibt es also keinen gebrochenen Strahl mehr, sondern nur noch einen reflektierten Strahl. Es tritt also Totalreflexion ein. Der Grenzwinkel hierfür kann direkt von der Winkelskala unter dem Halbzylinder abgelesen werden. (Nullpunktkorrektur beachten.)

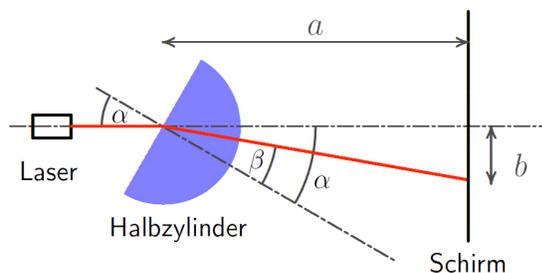
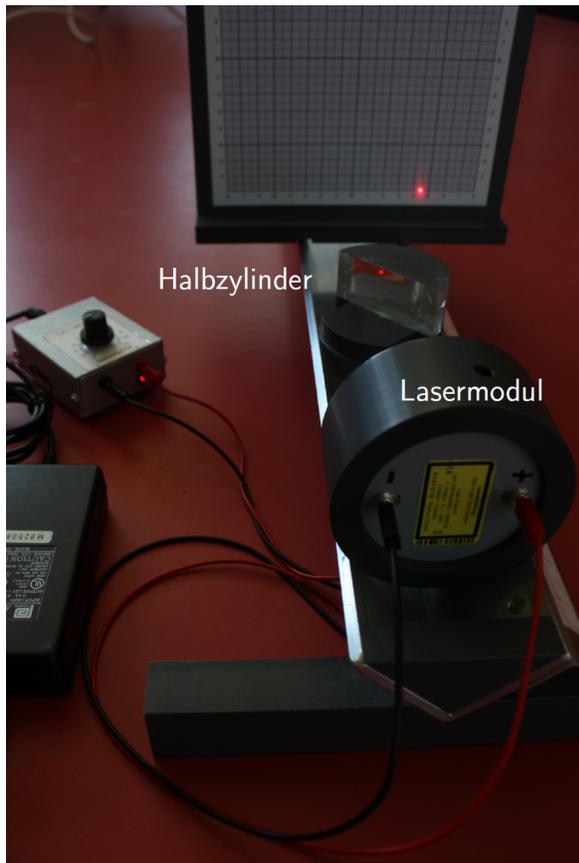


Abb. 10: Versuchsaufbau zur Messaufgabe 1: Brechzahl des Halbzylinders-Materials für rotes Laserlicht.

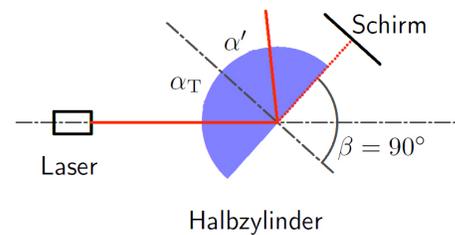


Abb. 11: Versuchsaufbau zur Messaufgabe 2: Grenzeinfallswinkel α_T für Totalreflexion von rotem Laserlicht im Halbzylinder.

Man kann den Halbzylinder in zwei Richtungen drehen und misst somit zwei Werte $\alpha_{T,1}$ und $\alpha_{T,2}$ für den Grenzwinkel. Daraus berechnet man einen Wert für den Grenzwinkel α_T durch Mittelung,

$$\alpha_T = (\alpha_{T,1} + \alpha_{T,2})/2 . \quad (21)$$

Setzt man für den Brechungsindex der Luft näherungsweise 1, so berechnet sich unter Beachtung von (4) der Brechungsindex n des Halbzylinder-Materials nach,

$$n = \frac{1}{\sin \alpha_T} . \quad (22)$$

3.3 Messaufgabe 3: Brennweite von Sammellinsen

Für die Bestimmung der Brennweite von Sammellinsen wählt man am besten eine Gegenstandsweite g innerhalb der einfachen und doppelten Brennweite, $f < g < 2f$, so dass die Vergrößerung B/G größer als eins ist. Man positioniert den Gegenstand (Glühlampe) und den Bildschirm an den beiden Enden der optischen Bank im festen Abstand $e = g + b$. Dann variiert man die Linsenposition zwischen Gegenstand und Bildschirm bis auf dem Schirm ein scharfes vergrößertes Bild zu sehen ist. Dies entspricht der Situation in Abb. 4, oben. Den experimentellen Aufbau zeigt Abb. 12.

Aus den Messwerten für e und b folgt unter Beachtung von $g = e - b$ aus der Linsengleichung (9) die gesuchte Brennweite,

$$f = \frac{(e - b)b}{e} . \quad (23)$$

Die Größtfehler Δe und Δb pflanzen sich wie folgt fort,

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial e} \right| \Delta e + \left| \frac{\partial f}{\partial b} \right| \Delta b , \quad (24)$$



Abb. 12: Versuchsaufbau zur Messaufgabe 3: Brennweite von Sammellinsen.

mit den partiellen Ableitungen,

$$\frac{\partial f}{\partial e} = \left(\frac{b}{e}\right)^2 \quad \text{und} \quad \frac{\partial f}{\partial b} = 1 - \frac{2b}{e}.$$

Bei der Abbildung einer Glühwendel wie in Abb. 12 erkennt man auf dem Schirm ein vergrößertes Bild der Glühwendel. Die Wendel besteht aus einem spiralförmigen Wolframdraht, über dessen Enden die elektrische Spannung anliegt. Für hinreichend hohe Spannungen erhitzt sich der Draht und glüht. Zur mechanischen Stabilisierung wird der Draht in der Mitte gestützt. Die Stütze besteht aus einem Metalldraht, der elektrisch nicht beschaltet ist, jedoch recht gut Wärme ableitet. Dadurch wird der Wolframdraht in der Mitte stark gekühlt und kann nicht länger glühen. Folglich leuchten nur die beiden Abschnitte zwischen der Stütze und einem jeden der beiden Drahtenden. Das Bild des Wolframdrahtes auf dem Schirm besteht somit aus zwei Teilen.⁸⁾ Weil der Wolframdraht nicht in einer Ebene liegt, auf der die optische Achse senkrecht steht, wird keine scharfe Abbildung erreicht. Deshalb kann hier nur ein möglichst scharfes Bild eingestellt werden, was im Allgemeinen recht subjektiv ist.

3.4 Messaufgabe 4: Vergrößerung

Zur Bestimmung der Vergrößerung der Glühwendel nutzt man den gleichen Aufbau wie in der Messaufgabe 3. Man wählt eine Sammellinse, für welche sich

⁸⁾Der Wärmeverlust über die Stütze des Glühdrahtes ist einer der Gründe, weshalb die Energieeffizienz von Glühlampen recht gering ist. Nur etwa 3 bis 5% der umgesetzten elektrischen Energie wird in Lichtenergie gewandelt und der dominante restliche Teil in Wärme (auch Wärmestrahlung).

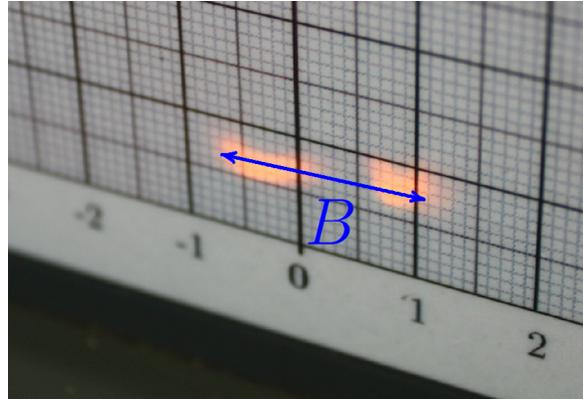


Abb. 13: Versuchsaufbau zur Messaufgabe 4: Ablesung der Bildgröße B der Glühwendel.

ein möglichst großes Bild recht gut scharf einstellen lässt. Misst man nun zusätzlich zu den Abständen $e = g + b$ und b auch die Bildgröße B , so berechnet sich die Größe der Glühwendel, also die Gegenstandsgröße G , unter Beachtung von (6) nach

$$G = B \cdot \frac{e - b}{b}. \quad (25)$$

Wie in Abb. 13 zu sehen, besteht das Bild aus zwei länglichen Lichtflecken. Als Bildgröße würde man hier $B \approx 18\text{mm}$ ablesen, was der größte Abstand von zwei Punkten aus der hellen Region ist.

Die Größtfehler Δe , Δb und ΔB der einzelnen Messwerte pflanzen sich wie folgt fort,

$$\Delta G = \left| \frac{\partial G}{\partial e} \right| \Delta e + \left| \frac{\partial G}{\partial b} \right| \Delta b + \left| \frac{\partial G}{\partial B} \right| \Delta B, \quad (26)$$

mit den partiellen Ableitungen,

$$\frac{\partial G}{\partial e} = \frac{B}{b}, \quad \frac{\partial G}{\partial b} = -\frac{Be}{b^2}, \quad \frac{\partial G}{\partial B} = \frac{e - b}{b}.$$

Die Vergrößerung V berechnet sich dann nach (6).

3.5 Messaufgabe 5: Brennweite von Zerstreuungslinsen

Zerstreuungslinsen erzeugen virtuelle Bilder, die nicht auf einem Schirm dargestellt werden können, Abb.5. Folglich kann die Bildgröße B nicht direkt ausgemessen und letztlich die Brennweite f_z nicht auf die gleiche Weise wie bei Sammellinsen ermittelt werden. Man kombiniert deshalb die Zerstreuungslinse mit einer Sammellinse wie in Abb.8. Ist der Linsenabstand a

hinreichend klein (Gl. 17), so erhält man die Brennweite f_z der Zerstreuungslinse aus a und aus der als bekannt vorausgesetzten Brennweite f_s der Sammellinse nach (18). Im Experiment wählt man den kleinstmöglichen Abstand $a = 20$ mm, welchen man mit den hier verwendeten Linsen realisieren kann.

A Anhang

A.1 Besselmethode der Brennweitenbestimmung

Bei der Brennweitenbestimmung nach Bessel gibt es für $e > 4f$ (Abb. 7, S. 9) zwei Linsenpositionen zur Bildentstehung, was die folgende Betrachtung zeigt: Unter Beachtung von (14) kann man in der Linsengleichung (9) b durch $e - g$ ersetzen, woraus eine quadratische Gleichung für g folgt, $g^2 - eg + ef = 0$. Ihre beiden Lösungen sind,

$$g = \frac{e}{2} - \sqrt{\frac{e^2}{4} - ef} \quad , \quad g' = \frac{e}{2} + \sqrt{\frac{e^2}{4} - ef} \quad .$$

Für die Differenz der Linsenpositionen folgt,

$$d = g' - g = \sqrt{e^2 - 4ef} \quad .$$

Um einen positiven reellen Wert für den Abstand d zu erhalten, muss der Radikand positiv sein, was für $e > 4f$ erfüllt ist.

A.2 Das menschliche Auge

Lichtweg: Trifft ein Lichtstrahl in das menschliche Auge, so passiert es vier verschiedene Medien unterschiedlicher Brechzahl (Abb. 14). Das sind die *Hornhaut*, das *Wasser in der vorderen Augenkammer*, die *Augenlinse* und schließlich der sogenannte Glaskörper, der zu etwa 98% aus Wasser besteht. Diese Elemente bilden ein optisches System. Im Augenhintergrund trifft das Licht auf die *Netzhaut*, welche als Bildschirm für ein umgekehrtes und verkleinertes Bild dient. Hier befinden sich verschiedene Sorten von Sinneszellen, den *Fotorezeptoren*. Sie wandeln das Licht in Nervenpulse, die über den Sehnerv an den visuellen Cortex geleitet werden. Die Netzhaut ist Bestandteil des Gehirns.

Fotorezeptoren: Man unterscheidet bei den Fotorezeptoren der menschlichen Netzhaut zwischen *Zapfen* für das Tagsehen (*photopisches Sehen*) und den *Stäbchen* für das Nachtsehen (*skotopisches Sehen*). Die Stäbchen haben ihre maximale Empfindlichkeit bei der Wellenlänge von ca. 500 nm. Es gibt nur eine Art von Stäbchen, weshalb beim Nachtsehen keine Farben erkannt werden können. Farben werden nur über die Zapfen wahrgenommen. Davon gibt es beim Menschen drei Sorten, die ihr höchstes Absorptionsvermögen bei den Vakuumwellenlängen (420. 450) nm (Blau), ≈ 530 nm (Grün) und ≈ 560 nm (Gelbgrün) haben. Letztere werden auch als „Rotzapfen“ bezeichnet, obgleich ihre maximale Empfindlichkeit deut-

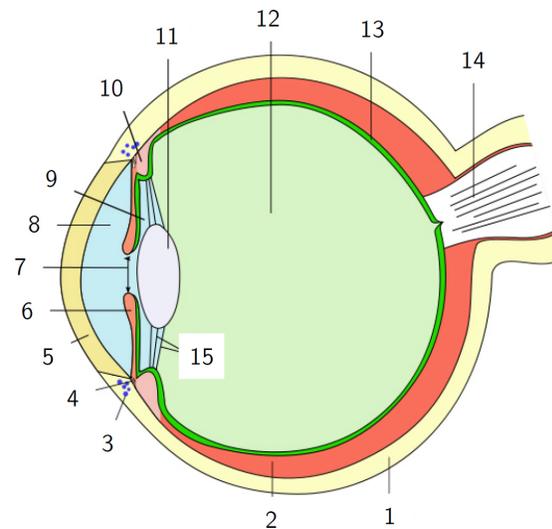


Abb. 14: Schnitt durch den menschlichen Augapfel (Bulbus oculi, schematisch).

- 1: Lederhaut (Sclera)
- 2: Aderhaut (Choroidea)
- 3: Schlemmkanal (Sinus venosus sclerae)
- 4: arterieller Gefäßring (Circulus arteriosus iridis major)
- 5: **Hornhaut** (Cornea)
- 6: Regenbogenhaut (Iris)
- 7: Pupille (Pupilla)
- 8: **vordere Augenkammer** (Camera anterior bulbi)
- 9: hintere Augenkammer (Camera posterior bulbi)
- 10: Ziliarkörper (Corpus ciliare)
- 11: **Linse** (lens)
- 12: **Glaskörper** (Corpus vitreum)
- 13: **Netzhaut** (Retina)
- 14: Sehnerv (Nervus opticus)
- 15: Zonularfasern (Fibrae zonulares)
- 1, 5.: äußere Augenhaut (Tunica externa bulbi)
- 2, 6, 10.: mittlere Augenhaut (Tunica media bulbi / Uvea)
- 13: innere Augenhaut (Tunica interna bulbi)

lich unterhalb der Wellenlängen $\gtrsim 620$ nm des roten Lichtes liegt. Sie liefern jedoch für die Rot-Wahrnehmung den größten Beitrag. Alle subjektiven Farbempfindungen für die Farben, welche man aus dem kontinuierlichen Spektrum des Regenbogens kennt, ergeben sich aus der unterschiedlich starken Erregung dieser drei Arten von Zäpfchen.^{9) 10)}

Schließlich gibt es eine dritte Gruppe von sensorischen Zellen in der Netzhaut, die *Ganglienzellen*. Sie dienen jedoch nicht zum Auslesen eines optischen Bildes. Vielmehr verarbeiten sie Informationen von Stäbchen oder Zapfen und leiten ihrerseits Informationen über den Sehnerv letztlich in den primären visuellen Cortex. Diese dienen solch grundlegenden Funktionen wie der Steuerung des Tag-Nacht-Rhythmus und optischer Reflexe (z. B. Pupillenlichtreaktion).

Brechkraft: Die wesentlichen brechenden Elemente für die Bildentstehung sind die Hornhaut und die Augenlinse, eingebettet in Luft und Wasser. Für die Brechzahlen n gelten:

	n
Luft (bodennah)	1,000292 ... ≈ 1
Hornhaut	1,376
Kammerwasser, Glaskörper	1,3365
Linse (Rand ... Zentrum)	1,35 ... 1,42
Aqua dest.	1,333
NaCl-Lösung (gesättigt)	1,371

⁹⁾ Beim Farbsehen des Menschen spricht man wegen der drei Arten von Zäpfchen vom *Trichromatismus*. Dieser tritt auch bei einigen anderen Primaten auf, wie etwa Brüllaffen. Hingegen sind Nachtaffen stets monochromatisch. Viele Säugetiere, wie Hunde und Katzen, sind bichromatisch. Sie sehen die Welt also auch bunt, jedoch nicht so bunt wie wir Menschen.

¹⁰⁾ In der Digitaltechnik der Farbmonitore werden Farbbilder durch eine Vielzahl kleiner Leuchtflecke (Pixel) zusammengesetzt. Jedes Pixel besteht wiederum aus einem Tripel (R, G, B) von Leuchtpunkten für die Farben Rot, Grün und Blau. Die Leuchtstärke einer jeden Farbe wird mit den Zahlen 0 bis $255 = 2^8 - 1$ codiert. Dann liefern $(R, G, B) = (i, 0, 0); (0, i, 0); (0, 0, i)$ für alle $i = 1, 2, \dots, 255$ die entsprechenden reinen Farben mit unterschiedlicher Intensität. Alle anderen Codeworte (R, G, B) erzeugen den Eindruck von Mischfarben. Gleiche Werte aller drei Farben ergeben den Eindruck von mehr oder weniger hellem Grau, insbesondere liefern $(R, G, B) = (0, 0, 0)$ Schwarz und $(R, G, B) = (255, 255, 255)$ Weiß. Ein recht helles Gelb erzeugt $(R, G, B) = (255, 255, 0)$. Es sind somit $2^{8 \cdot 3} \gtrsim 16 \cdot 10^6$ Farben darstellbar, jedoch zeigen Experimente, dass das menschliche Auge nur etwa $0,05 \cdot 10^6$ Farben unterscheiden kann, insbesondere nur etwa 200 Grautöne [H. Völz, *Das Mensch-Technik-System*, ExpertVerlag 1999, S. 42].

Der Krümmungsradius der Hornhaut liegt bei 7,83 mm. Die vordere und hintere Brennweite des Auges variiert im Bereich (17,1 ... 14,2) mm bzw. (22,8 ... 18,9) mm, wobei die größeren Werte für die Fernsicht gelten. Die Brennweiten für die Nahsicht sind kleiner, wozu sich die Linse stärker krümmt. Die Brechkraft des entspannten Auges (Fernsicht) liegt bei 58dpt, wovon ca. 16dpt auf die Linse entfallen.

Helligkeitsempfindung: Die Iris ist eine Blende vor der Linse, deren runde Öffnung die *Pupille* bildet. Sie erscheint schwarz, weil aus dem Auge kaum Licht nach außen dringt. Die Pupillengröße wird von der Irismuskulatur verstellt. Je heller die gesehenen Gegenstände sind, umso kleiner ist die Pupille und umso schärfer sind die Bilder auf der Netzhaut. Bei größerer Helligkeit feuern die Fotorezeptoren mit einer erhöhten Impulsrate.

Sehchwächen: Die Fähigkeit der Augenlinse, durch Krümmungsänderung ihre Brechkraft zu variieren (*Akkommodation*), lässt im Alter nach. Die *Akkommodationsbreite* liegt bei Teenagern im Bereich (11 ... 14)dpt und fällt im Alter über 60 Jahre unter 1dpt. Im Alter geht vor allem die Fähigkeit zur Nahakkommodation verloren (Presbyopie). Die Folge ist, dass im Alter Sehhilfen (Brillen, Kontaktlinsen) nötig sind.

Allgemein verwendet man Zerstreuungslinsen (negative Brechkraft bis zu ca. -5dpt) um die Fernsicht zu ermöglichen. Man spricht hier von Kurzsichtigkeit (Myopie), weil das Auge ohne Sehhilfen nahe Objekte scharf auf der Netzhaut abbilden kann. Hingegen werden Sammellinsen (positive Brechkraft bis zu ca. +5dpt) für die Nahsicht von Menschen mit Weitsichtigkeit (Hyperopie) angewandt. Es werden auch sogenannte Gleitbrillen verwandt, die im unteren Teil Sammel- und im oberen Zerstreuungslinsen sind.

Derartige Sehchwächen sind auf Veränderungen der Akkommodationsbreite oder des Akkommodationsbereiches der Augenlinse zurückzuführen. Ebenso können Abnormitäten des Augendurchmessers hierfür ursächlich sein. So kann beispielsweise ein zu kurzer Augapfel Weitsichtigkeit bewirken. Dies ist der Fall, wenn die Linse zur scharfen Abbildung naher Objekte auf der Netzhaut nicht stark genug gekrümmt werden kann, hingegen für weit entfernte Objekte eine scharfe Abbildung möglich ist. Im Alter verringert sich auch der mittlere Pupillendurchmesser, so dass etwa beim Lesen eine höhere Beleuchtungsstärke nötig ist.