

Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald Institut für Physik

Versuch O8 – Gitterspektralapparat				
Namen:				
Gruppennummer:	lfd. Nummer:	Datum:		

1. Aufgabenstellung

1.1. Versuchsziel

Auswertung der Spektren von Wasserstoff und Helium mit dem Gitter-Spektralapparat. Beschäftigen Sie sich mit folgenden Schwerpunkten des Versuches:

- BOHRsches Atommodell, RYDBERG-Formel, Spektralserien
- Emissionsspektren, Absorptionsspektrum
- HUYGENSsches Prinzip, Beugung und Interferenz an Spalt und Gitter

1.2. Messungen

- 1.2.1. Messen Sie nach Inbetriebnahme der Natrium-Dampf-Lampe für die gelbe Doppel-Linie des Na-Spektrums die Winkel der Beugungsordnungen n = +4, +3, +2, +1, 0, -1,-2, -3 und -4 (bzgl. Blickrichtung durch das Okular von links nach rechts). Zur Festlegung der Wellenlänge sind die Hinweise in Abschnitt 3.3. und Gl. (12) zu beachten.
- 1.2.2. Messen Sie unter Verwendung der Balmer-Lampe die Beugungswinkel der H_{α} -, H_{β} und H_{γ} Linie der Balmerserie des Wasserstoffatoms in der +1. Beugungsordnung (d.h. in Blickrichtung durch das Fernrohr links von der 0. Beugungsordnung).
- 1.2.3. Bestimmen Sie die Beugungswinkel für 5 markante Spektrallinien der He-Strahlungsquelle.

1.3. Auswertungen

- 1.3.1. Kalibrieren Sie den Spektralapparat mit den unter 1.2.1. ermittelten Daten unter Verwendung der Gln. (14) und (15) (PC-Programm LINEARE REGRESSION s. Website).
- 1.3.2. Bestimmen Sie aus den unter 1.2.2. gemessenen Beugungswinkeln die Wellenlängen der Balmer-Serie mit Gl. (16) und vergleichen Sie diese mit den nach Gl. (10) berechneten theoretischen Werten. Die Bestimmung der RYDBERG-Konstanten R aus den experimentellen Daten kann nach Gl. (10) mittels linearer Regression erfolgen, indem $1/\lambda_{m2}$ über $(1/4-1/m^2)$ aufgetragen wird, denn in diesem Fall ist R mit dem Anstieg der Regressionsgeraden identisch.
- 1.3.3. Berechnen Sie mit den unter 1.2.3. gemessenen Ablenkwinkeln die zugehörigen Wellenlängen von He ebenfalls mit Gl. (16) und identifizieren Sie diese mit den im Anhang angegebenen Tabellenwerten.
- 1.3.4. Bestimmen Sie die Messunsicherheit der Wellenlänge $\Delta\lambda$ für einen Ablenkwinkel in der Mitte des sichtbaren Spektralbereiches (gelb / grün). Nutzen Sie dazu die unter Gl. (17) zusammengestellten Beziehungen und beachten Sie, dass in diesem Fall die Winkelmessunsicherheiten $\Delta\alpha$ und $\Delta\alpha_0$ im Bogenmaß angegeben werden müssen.

2. Grundlagen

Für den Nachweis chemischer Elemente bietet sich die Spektralanalyse an. Sie beruht darauf, dass jedes angeregte Atom eine charakteristische Strahlung emittiert, anhand derer man es identifizieren kann. Ziel des vorliegenden Versuches ist es, einen Gitter-Spektralapparat zu kalibrieren und unbekannte Spektren auszuwerten.

2.1. BOHRsches Atommodell

Das charakteristische Strahlungsspektrum eines chemischen Elementes wird durch das BOHRsche Atommodell erklärt, das auf den sog. BOHRschen Postulaten beruht:

- 1. Das Atom besteht aus einem positiv geladenen Kern und wird von einer der Kernladungszahl entsprechenden Anzahl von Elektronen umkreist.
- 2. Der Umlauf kann nur auf gewissen erlaubten Bahnen erfolgen, die sich dadurch auszeichnen, dass sich ein Elektron auf ihnen, entgegen den Erwartungen der klassischen Physik, strahlungsfrei bewegt. Sie werden als stationäre Zuständen des Atoms bezeichnet.
- 3. Strahlung kann nur beim Übergang eines Elektrons zwischen zwei stationären Zuständen unterschiedlicher Energie emittiert oder absorbiert werden (Abb.1). Die Strahlungsfrequenz f ergibt sich aus der Energiedifferenz

$$E_m - E_n = h \cdot f_{mn} \tag{1}.$$

 $(h=6,626\cdot 10^{-34}~{
m Js}$ - Plancksches Wirkungsquantum). Im einfachsten Fall des Wasserstoffatoms besteht entsprechend den Gesetzen der klassischen Mechanik zwischen der elektrostatischen Anziehungskraft, die Atomkern und Elektron aufeinander ausüben, und der Zentrifugalkraft ein Gleichgewicht:

$$\frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2} = m_{el} \cdot \frac{3}{r} \tag{2}$$

(e- Elementarladung, m_{el} - Elektronenmasse, r - Bahnradius, v- Geschwindigkeit des Elektrons, ε_0 - Dielektrizitätskonstante).

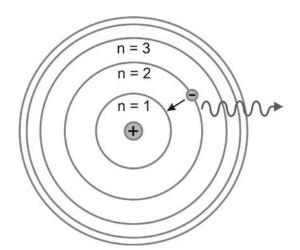


Abb. 1 Bohrsches Atommodell - Emission eines Lichtquants infolge eines Elektronensprungs.

Berücksichtigt man darüber hinaus, dass Elektronen auch über Welleneigenschaften verfügen und ihre Wellenlänge nach *Louis de Broglie*

$$\lambda_{Elektron} = \frac{h}{m_{ol} \cdot V} \tag{3}$$

beträgt, so zeichnen sich die stationären Bahnen dadurch aus, dass der Bahnumfang $2\,\pi\,r$ exakt einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge entspricht und die Elektro-

nenwelle positiv mit sich selbst interferiert (Abb. 2). Das bedeutet, dass neben Gl. (2) auch die Beziehung

$$2\pi \cdot r = n \cdot \lambda_{Elektron} \qquad \rightarrow \qquad 2\pi \cdot r \cdot m_{el} \cdot V = n \cdot h \tag{4}$$

gültig ist (n - Hauptquantenzahl).

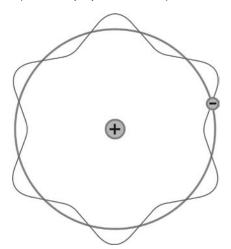


Abb. 2 Positive Interferenz eines Elektrons mit sich selbst auf einer stationären Umlaufbahn.

Die Gleichungen (2) und (4) legen den Bahnradius und die Umlaufgeschwindigkeit des Elektrons für einen durch die Hauptquantenzahl n gekennzeichneten stationären Zustand fest. Sind r_n und v_n bekannt, so kann aus ihnen die Gesamtenergie des Elektrons (kinetische plus potentielle Energie) berechnet werden [1]:

$$E_n = -\frac{m \cdot e^4}{8 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{n^2} \tag{5}$$

(Z - Kernladungszahl, für Wasserstoff ist Z = 1). Somit ergibt sich unter Beachtung von GI.(1) für die Strahlungsfrequenz des vom Atom beim Übergang vom Zustand m in den Zustand n emittierten (oder absorbierten) Photons:

$$f_{mn} = \frac{E_m - E_n}{h} = \frac{m \cdot e^4}{8 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot h^3} \cdot Z^2 \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right),\tag{6}$$

die bereits von den Physikern BALMER und RYDBERG in der Form

$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = \frac{f_{mn}}{c_0} = R \cdot Z^2 \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) \tag{7}$$

Ende des 19. Jahrhunderts auf empirischem Wege gefunden und als sog. RYDBERG-Formel bekannt wurde (R – RYDBERG-Konstante, c_0 - Lichtgeschwindigkeit, λ_{mn} - Wellenlänge). Durch einen Vergleich der Gln. (6) und (7) kann die RYDBERGkonstante R auf Elementarkonstanten zurückgeführt werden:

$$R = \frac{m \cdot e^4}{8 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot c_0 \cdot h^3} = 1,09737316 \cdot 10^7 \,\mathrm{m}^{-1},\tag{8}$$

ein Ergebnis, was mitentscheidend für den Erfolg des BOHRschen Atommodels war:

2.2. Spektralserien des Wasserstoffatoms

Als Spektralserie bezeichnet man alle Spektrallinien, die aus "Sprüngen" angeregter Elektronen auf ein und dasselbe Energieniveau resultieren. Ausgehend von Gl. (7) bedeutet das im Fall des Wasserstoffs (Z=1), dass eine Spektralserie z.B. durch Elektronenübergänge aus den Zuständen $m=2, 3, 4, \ldots$ in den Grundzustand n=1

zustande kommen kann:

$$n = 1 \rightarrow \frac{1}{\lambda_{m1}} = R \cdot \left(1 - \frac{1}{m^2}\right) \text{ bzw. } \lambda_{m1} = \frac{1}{R} \cdot \frac{m^2}{m^2 - 1}$$
 (9)

Die Wellenlängen dieser speziellen Serie, die nach ihrem Entdecker als *Lyman-Serie* bezeichnet wird (Abb. 3), sind sehr klein (z.B. λ_{21} =121,5nm) und liegen im ultravioletten Bereich des Spektrums, der für das menschliche Auge unsichtbar ist.

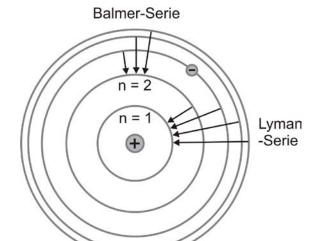


Abb. 3 Zur Erläuterung der Entstehung von Spektralserien

Anders verhält es sich mit der sog. *Balmer-Serie*, bei der die Elektronensprünge ausgehend von $m=3,\,4,\,5,\,\ldots$ im Zustand n=2 enden und deren Spektrallinien nahezu vollständig im sichtbaren Teil des Spektrum zu finden sind:

$$n = 2 \rightarrow \frac{1}{\lambda_{m2}} = R \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2}\right)$$
 bzw. $\lambda_{m2} = \frac{1}{R} \cdot \frac{4 \cdot m^2}{m^2 - 4}$
 $m = 3 \rightarrow \lambda_{32} = 656,1 nm$ H_{α} - Linie (rot) . (10)
 $m = 4 \rightarrow \lambda_{42} = 486,0 nm$ H_{β} - Linie (blau - grün)
 $m = 5 \rightarrow \lambda_{52} = 433,9 nm$ H_{γ} - Linie (blau - violett)

Weitere Spektralserien des Wasserstoffs, die bei $n=3,4,5\ldots$ enden, findet man im langwelligen, d.h. ebenfalls unsichtbaren, Spektralbereich.

2.3. Emissions- und Absorptionsspektren

Wird das Licht selbstleuchtender Strahler untersucht, so stellt man fest, dass die *Emissionsspektren* unterschiedlich strukturiert sein können. Weißes Licht ergibt z.B. ein ununterbrochenes Farbband (Kontinuum - rot, orange, gelb, grün, blau, violett). Bei leuchtenden Gasen und Dämpfen werden jedoch diskrete farbige Linien, d.h. *Linienspektren*, beobachtet. Spektren von Molekülgasen enthalten sehr viele Linien, die teilweise dicht beieinander liegen können. Sie werden als *Bandenspektren* bezeichnet.

Werden andererseits Gase und Dämpfe mit weißem Licht durchstrahlt, so beobachtet man das bekannte Farbkontinuum, das jedoch an bestimmten Positionen dunkle Linien enthält. Diese entsprechen exakt den Positionen der farbigen Spektrallinien, die im Fall selbstleuchtender Proben auftreten. Derartige Spektren nennt man *Absorptionsspektren*, weil die Strahlungsenergie der Weißlichtquelle von der Probe bei deren charakteristischen Wellenlängen absorbiert wird. Die bekannten *Frauenhoferschen Linien* im Sonnenspektrum sind z.B. solche Absorptionslinien der Sonnenatmosphäre.

2.4. Beugung am Gitter

Ein optisches Gitter besteht z.B. aus einer periodischen Anordnung mehrerer Spaltblenden (Amplitudengitter, Abb. 4) oder aus in eine Glasplatte geritzten äquidistanten Kerben (Phasengitter). Der Abstand zwischen den einzelnen Spalten wird als Gitterkonstante g bezeichnet.

Trifft eine monochromatische Welle der Wellenlänge λ wie in Abb. 4 auf ein Gitter, so gehen nach dem $HUYGENSschen\ Prinzip$ von den einzelnen Spaltbereichen kugelförmige Elementarwellen aus, die sich in alle Richtungen ausbreiten. Dieses Phänomen wird als Beugung bezeichnet. Die Elementarwellen überlagern sich hinter dem Gitter, wobei sie sich verstärken oder auslöschen können, d.h. es findet Interferenz statt [2]. Dadurch bilden sich hinter dem Gitter nur unter bestimmten Beugungswinkeln α stabile Wellenfronten aus.

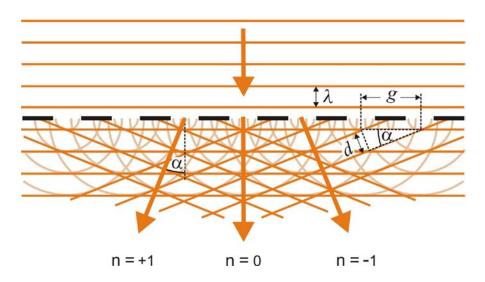


Abb. 4 Entstehung von Wellenfronten unterschiedlicher Ausbreitungsrichtung (Beugungsordnungen) hinter einem Amplitudengitter. Die Darstellung beschränkt sich auf die $n=\pm 1$. Beugungsordnung.

In größerem Abstand hinter dem Gitter beobachtet man eine winkelabhängige Intensitätsverteilung $I(\alpha)$ mit definierten Maxima (Abb. 5). Diese ist Folge der Interferenz, wenn der Wegunterschied d zwischen den Elementarwellen, die von benachbarten Spalten ausgehen, ein ganzzahliges Vielfaches n der Wellenlänge λ beträgt (Abb. 3).

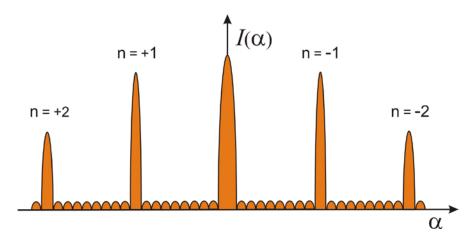


Abb. 5 Intensitätsverteilung des Beugungsbildes hinter einem Gitter mit 10 Spalten.

Für die Beugungswinkel gilt unter Beachtung von Abb. 4:

$$\sin \alpha = \frac{d}{g} \quad \text{mit} \quad d = n \cdot \lambda \quad \to \quad \sin \alpha_n = \frac{\lambda}{g} \cdot n$$
 (11)

(Beugungsordnung $n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$).

Aufgrund der Abhängigkeit der Beugungswinkel von der Wellenlänge $\alpha_n = f(\lambda)$ kann ein optisches Gitter bekannter Gitterkonstante g zur Spektralanalyse genutzt werden. Eine entsprechende Anordnung ist in Abb. 6 dargestellt.

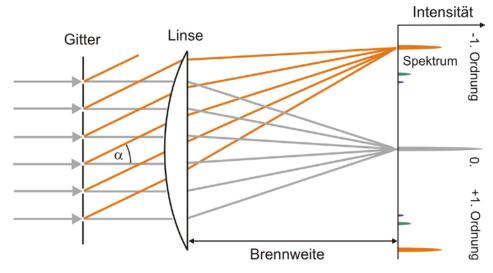


Abb. 6 Darstellung einer Anordnung zur Spektralzerlegung mit einem Gitter.

Nach Messung des Beugungswinkels, unter dem eine Spektrallinie innerhalb einer Beugungsordnung erscheint, kann die Wellenlänge mit Gl. (11) berechnet werden.

3. Experiment

3.1. Versuchsanordnung

Die Versuchsanordnung ist in Abb.7 und 8 dargestellt [3].

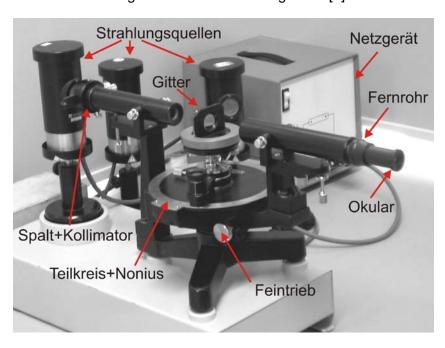


Abb. 7 Gesamtansicht der Versuchsanordnung.

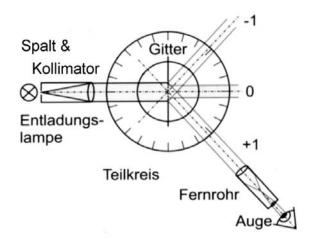


Abb. 8 Schematische Darstellung des Gitterspektralapparates.

Der auf die Strahlungsquelle (Entladungslampe) gerichtete Tubus enthält einen verstellbaren Spalt, der sich in der Brennebene einer Linse (Kollimator) befindet. Dadurch entsteht ein paralleles Lichtbündel, das vom Gitter spektral zerlegt wird. Das Spektrum wird mit einem schwenkbaren Fernrohr beobachtet. Zur Feineinstellung kann man sich dabei einer Aritier- und Stellschraube bedienen. Unschärfen der Abbildung korrigiert man durch Verstellen des Okulars. Im Okular befindet sich eine Messmarke zum Ausrichten des Fernrohres auf eine Spektrallinie. Die den Spektrallinien entsprechenden Beugungswinkel α werden mit einer Vorrichtung bestimmt, die aus einem Teilkreis und einer mit dem Fernrohr verbundenen Noniusskala besteht.

Der Teilkreis enthält eine Winkelteilung von 0° bis 360° mit Intervallen von 30'. Die Noniusskala erlaubt in Verbindung mit dem Teilkreis, Winkel bis auf 1 Winkelminute genau abzulesen (1° = 60', d.h. 1' = (1/60)° = 0,01667°). Das korrekte Ablesen eines Winkels wird in Abb.9 demonstriert.

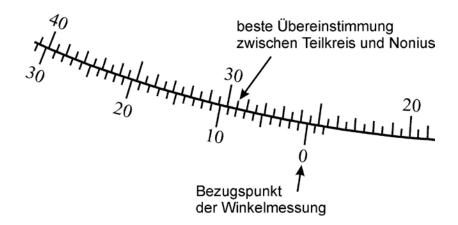


Abb. 9 Zur Erläuterung des Zusammenwirkens von Teilkreis und Nonius.

Die dargestellte Einstellung zeigt einen Winkel von $\alpha = 25^{\circ} 38' = 25,63^{\circ} = 0,4473 \, rad$ an.

3.2. Strahlungsquellen

Als Lichtquellen dienen Spektrallampen (Na, H, He), die je nach Bedarf an das Netzteil anzuschließen sind. Die Lampen müssen zentral, aber nicht zu dicht vor dem Spalt aufgestellt werden, um eine günstige Ausleuchtung zu erreichen.

Vor einem Lampenwechsel ist das Netzteil stets auszuschalten!

Die verwendete Balmer-Lampe ist eine wechselstrombetriebene Gasentladungsröhre

mit Wasserdampffüllung. Die Wassermoleküle werden beim Betrieb der Lampe durch das Plasma in atomaren Wasserstoff und eine Hydroxylgruppe aufgespalten. Eine hochtemperaturbeständige Kapillare im Innern der Lampe zwingt die Entladung in einen engen Raum, so dass dort eine hohe H-Atomkonzentration und ein intensives Balmer-Linienspektrum entsteht. Störende Banden von molekularem Wasserstoff treten kaum auf.

Achtung! Die Balmer-Lampe wird nach längerer Betriebsdauer sehr heiß und darf nur im ausgeschalteten Zustand (etwas warten) gegen weitere Strahlungsquellen (He-Lampe) ausgetauscht werden. Das Glas darf nicht berührt werden.

3.3. Hinweise zur Versuchdurchführung und Auswertung

Ist die Gitterkonstante unbekannt, muss die Anordnung zunächst kalibriert werden. Dazu wird das Gitter mit monochromatischem Licht einer bekannten Wellenlänge λ_0 beleuchtet. Daraufhin bestimmt man den Beugungswinkel α_n für verschiedene Beugungsordnungen n mit der beschriebenen Winkelmessvorrichtung. Im vorliegenden Versuch wird hierzu die intensivste Na-Spektrallinie genutzt. Dabei ist jedoch zu beachten, dass diese aus zwei eng benachbarten Linien besteht (Doppellinie), der D₁Linie - λ_{Na1} = 589,593nm mit 30% der Intensität und der D₂Linie - λ_{Na2} = 588,996 nm mit 70% der Intensität. Bezieht man sich bei der Messung auf den Intensitätsschwerpunkt, so liegt dieser bei einer Wellenlänge von

$$\lambda_{Na} = \frac{30 \cdot \lambda_{Na1} + 70 \cdot \lambda_{Na2}}{100} = 589,175nm \quad . \tag{12}$$

Berücksichtigt man noch, dass die 0. Beugungsordnung nicht mit der Nullmarke des Teilkreises übereinstimmen muss, d.h. der Nullpunkt der Winkelmessvorrichtung systematisch um einen Winkel α_0 verschoben ist, so gilt mit Gl. (11) und unter Anwendung trigonometrischer Umformungen:

$$\sin(\alpha_n + \alpha_0) = \sin \alpha_n \cdot \cos \alpha_0 + \cos \alpha_n \cdot \sin \alpha_0 = \frac{\lambda_{Na}}{g} \cdot n \quad . \tag{13}$$

Daraus folgt nach weiteren Umformungen

$$\tan \alpha_{n} = \frac{\lambda_{Na}}{g \cdot \cos \alpha_{0}} \cdot \frac{n}{\cos \alpha_{n}} - \tan \alpha_{0} \qquad \text{bzw.} \qquad y = B \cdot x + A$$

$$\text{mit} \quad y = \tan \alpha_{n} , \quad x = \frac{n}{\cos \alpha_{n}} , \quad B = \frac{\lambda_{Na}}{g \cdot \cos \alpha_{0}} \quad \text{und} \quad A = -\tan \alpha_{0}$$

$$(14)$$

Zur Ermittlung von g und α_0 kann Gl. (14) mittels linearer Regression ausgewertet werden (PC-Programm LINEARE REGRESSION Praktikums-Website).

Praktisch sind $\tan \alpha_n$ über $n/\cos \alpha_n$ aufzutragen und der Anstieg B sowie das absolute Glied A der Regressionsgeraden zu berechnen. Liegen die Werte für A und B vor, folgt für g und α_0 :

$$\alpha_0 = -\arctan(A) \quad \text{und} \quad g = \frac{\lambda_{Na}}{B \cdot \cos \alpha_0} \quad .$$
 (15)

Damit ist die Kalibrierung abgeschlossen.

Zur Spektralanalyse wäre es von Vorteil, eine möglichst große Beugungsordnung zu wählen, innerhalb der die Spektrallinien vermessen werden, weil dadurch eine hohe Messempfindlichkeit erzielt werden könnte. Nachteilig ist jedoch, dass sich die Intensität der Linien mit zunehmender Ordnung verringert (s. Abb. 4). Daher wird im vorlie-

genden Versuch n=+1 gewählt. Wird Gl. (11) bzw. (13) nach der Wellenlänge umgestellt, so gilt

$$\lambda(\alpha) = g \cdot \sin(\alpha + \alpha_0)$$
 für $n = +1$. (16)

Praktisch erkennt man die 0. Ordnung daran, dass in ihr keine spektrale Aufspaltung beobachtet wird. Die +1. Beugungsordnung findet man, indem das Fernrohr geringfügig nach links geschwenkt wird.

Zur Bestimmung der Messunsicherheiten ist von Gln. (13) und (14) auszugehen. Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz gilt

$$\Delta \alpha_{0} = \frac{\partial \alpha_{0}}{\partial A} \cdot \Delta A = \frac{\Delta A}{1 + A^{2}} \quad \text{und} \qquad \Delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial B} \cdot \Delta B\right)^{2} + \left(\frac{\partial g}{\partial \alpha_{0}} \cdot \Delta \alpha_{0}\right)^{2}}$$

$$\rightarrow \Delta g = \sqrt{\left(\frac{\lambda_{Na} \cdot \Delta B}{B^{2} \cdot \cos \alpha_{0}}\right)^{2} + \left(\frac{\lambda_{Na} \cdot \sin \alpha_{0} \cdot \Delta \alpha_{0}}{B \cdot (\cos \alpha_{0})^{2}}\right)^{2}} = g \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta B}{B}\right)^{2} + \left(\frac{A \cdot \Delta A}{1 + A^{2}}\right)^{2}}$$

$$\Delta \lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} \cdot \Delta \alpha\right)^{2} + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha_{0}} \cdot \Delta \alpha_{0}\right)^{2} + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial g} \cdot \Delta g\right)^{2}}$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} = g \cdot \cos(\alpha + \alpha_{0}) \qquad \Delta \alpha \approx 2' \approx 0,033^{\circ} \approx 0,0006 \, rad$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha_{0}} = g \cdot \cos(\alpha + \alpha_{0}) \qquad \frac{\partial \lambda}{\partial g} = \sin(\alpha + \alpha_{0})$$

Zu beachten ist, dass die Winkelmessunsicherheiten $\Delta\alpha$ und $\Delta\alpha_0$ in diesem Fall unbedingt im Bogenmaß angegeben werden müssen $\Delta\alpha$ [rad] = π / 180° $\Delta\alpha$ [°].

4. Literatur

- [1] TIPLER: Physik. Spektrum Verlag
- [2] GRIMSEHL: Optik (Bd 3). B. G. Teubner Verlag
- [3] EICHLER u.a.: Das neue Physikalische Grundpraktikum. Springer Verlag

5. Anhang

Wellenlängen / nm des Helium-Spektrums mit relativen Intensitäten (rel. I) (die intensivsten Spektrallinien sind hervorgehoben)

| λ / nm rel. I |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 728.1 30 | 587.7 1000 | 492.2 50 | 443.8 10 | 412.1 25 |
| 706.5 70 | 504.8 50 | 471.3 40 | 438.8 30 | 402.6 70 |
| 667.8 100 | 501.6 100 | 447.2 100 | 414.3 15 | 400.9 10 |
| | | | | |