

Versuch O14 - Beugung an Spalt und Gitter		
Name:	Mitarbeiter:	
Gruppennummer:	lfd. Nummer:	Datum:

1. Aufgabenstellung

1.1. Versuchsziel

Messung der Wellenlänge der Laserstrahlung, der Gitterkonstante eines optischen Gitters und der Breite eines Spaltes.

Verschaffen Sie sich Kenntnisse zu folgenden Schwerpunkten des Versuches:

- Welleneigenschaften des Lichtes, Wellenlänge, Frequenz
- Huygensches Prinzip, Beugung, Interferenz
- Laserprinzip, Kohärenz

1.2. Messungen

- 1.2.1. Bestimmen Sie mit Hilfe eines optischen Gitters bekannter Gitterkonstante $g_0 = (51 \pm 0,2) \mu\text{m}$ die Wellenlänge der Laserstrahlung λ durch Ausmessen der Interferenzfigur bis zur 10. Ordnung ($n = 1, \dots, 10$). Messen Sie die Abstände A_n zwischen den symmetrisch zum Hauptmaximum liegenden Nebenmaxima derselben Beugungsordnung und den Abstand D zwischen Gitter und Schirm.
- 1.2.2. Messen Sie zur Bestimmung der Breite des vorliegenden Spaltes und der Gitterkonstante des unbekanntes Gitters jeweils den Abstand A_i der beiden Intensitätsmaxima der 1. Beugungsordnung.

1.3. Auswertungen

- 1.3.1. Bestimmen Sie auf der Grundlage von Gl.(8) und (9) den Anstieg der Regressionsgeraden q . Berechnen Sie mit der Gitterkonstanten g_0 nach Gl.(10) die Laser-Wellenlänge λ und nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz deren Unsicherheit $\Delta\lambda$ (s. Anhang).
- 1.3.2. Bestimmen Sie aus den unter 1.2.2. gewonnenen Messwerten ($n = 1$) die Spaltbreite b nach Gl.(6) und die Gitterkonstante des unbekanntes Gitters g nach Gl.(8) sowie deren Messunsicherheiten Δb und Δg nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz (s. Anhang).

1.4. Zusatzaufgabe

Im Emissionsspektrum von Natrium findet man die sehr intensive Na-D-Spektrallinie, die aus den beiden Komponenten $\lambda_1 = 589,593 \text{ nm}$ (D_1 -Linie) und $\lambda_2 = 588,996 \text{ nm}$ (D_2 -Linie) besteht. Über welche Gitterkonstante müsste ein optisches Gitter mindestens verfügen, wenn man diese beiden Linien auf einem Schirm, der sich in einem Abstand von 0,5 m vom Gitter befindet, noch als getrennte Intensitätsmaxima in der 1. Beugungsordnung auflösen will. Es wird vorausgesetzt, dass die Beugungsmaxima auf dem Schirm eine Breite (Halbwertsbreite) von ca. 1 mm haben.

Grundlagen

Um verschiedene Materialien spektroskopisch untersuchen zu können, muss die von ihnen emittierte Strahlung nach einzelnen Wellenlängen zerlegt werden. Eine solche Zerlegung wird mit einem optischen Gitters erreicht. Sie beruht auf dem Phänomen der Beugung, so dass diese Spektren auch als Beugungsspektren bezeichnet werden. Im vorliegenden Versuch sind die Lichtbeugung an einem Spalt und einem Gitter nachzuweisen und die resultierenden Beugungsspektren auszuwerten.

Beugung und Interferenz

Die geometrische Optik setzt voraus, dass sich Licht geradlinig ausbreitet. Diese Vorstellung ist nicht aufrecht zu erhalten, wenn sich sehr kleine Objekte im Strahlengang befinden. Abb. 1 zeigt die Ausbreitung einer ebenen Welle, die auf eine mit ihrer Wellenlänge λ vergleichbare Spaltöffnung b trifft. Hinter dem Spalt breitet sich die Welle kugelförmig aus, das auch in den bei geradliniger Ausbreitung erwarteten Schattenbereich Strahlungsenergie gelangt. Ähnliches wird an punktförmigen Hindernissen beobachtet. Diese Erscheinung wird als **Beugung** bezeichnet und kann mit dem **Huygensschen Prinzip** erklärt werden (Abb. 2).

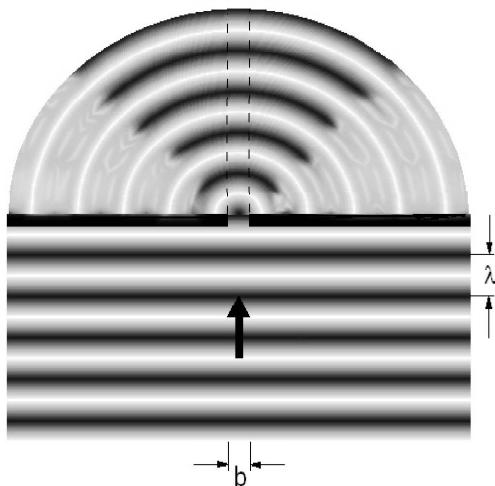


Abb. 1 Beugung an einem Spalt. (zweidimensional)

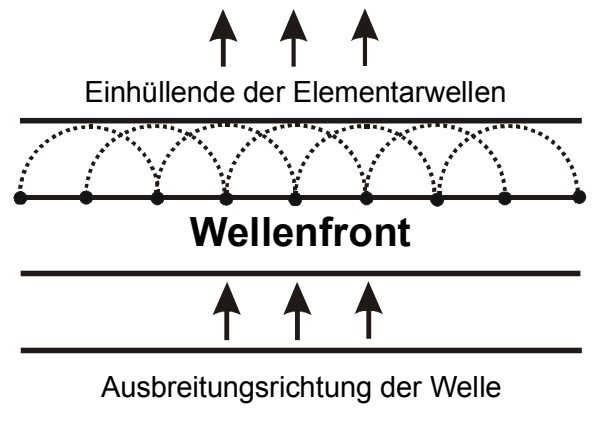


Abb. 2 Zur Erläuterung des Huygensschen Prinzips.

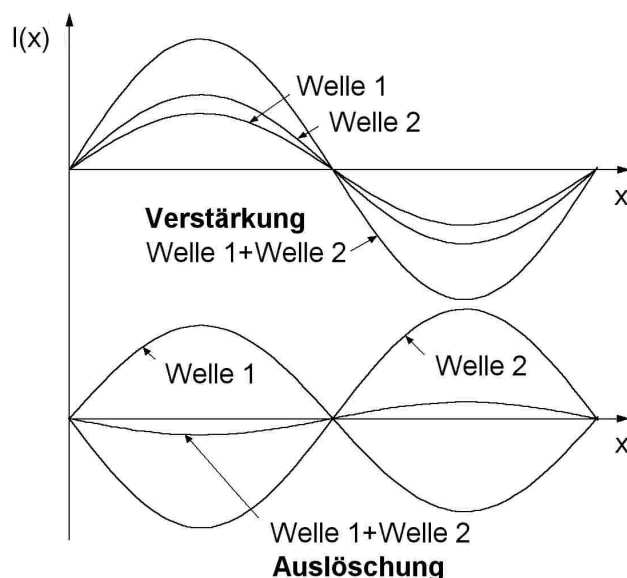


Abb. 3 Interferenz zweier Wellen bei einem Phasenwinkelunterschied von 0° und 180° .

Nach dem Huygensschen Prinzip ist jeder von einer Wellenfront getroffene Punkt Ausgangspunkt einer Kugelwelle. Die Einhüllende der so entstehenden Elementarwellen bildet dann zu einem späteren Zeitpunkt eine neue gemeinsame Wellenfront [1]. Ein idealisierter Spalt reduziert die Wellenfront auf solch ein einzelnes Wellenzentrum, von dem eine einzige Kugelwelle ausgeht.

Treffen mehrere Wellen gleicher Frequenz an einem Ort zusammen, so kommt es bei ihrer Überlagerung in Abhängigkeit von ihren Phasenwinkeln entweder zur Verstärkung oder Abschwächung ihrer Amplitude (Abb. 3), ein Phänomen, das als **Interferenz** bezeichnet wird [2].

Beugung am Spalt

Interferenz ist die Ursache dafür, dass die Intensität I der gebeugte Welle hinter einem Spalt unter verschiedenen Winkeln γ gegenüber der ursprünglichen Einfallrichtung mehrere Maxima und Minima aufweist, was die sog. Spaltfunktion beschreibt, deren Verlauf in Abb. 4 dargestellt ist [3].

$$I(\gamma) = I_0 \left(\frac{\sin \Phi(\gamma)}{\Phi(\gamma)} \right)^2 \quad \text{mit} \quad \Phi(\gamma) = \pi \frac{b}{\lambda} \sin \gamma \quad (1)$$

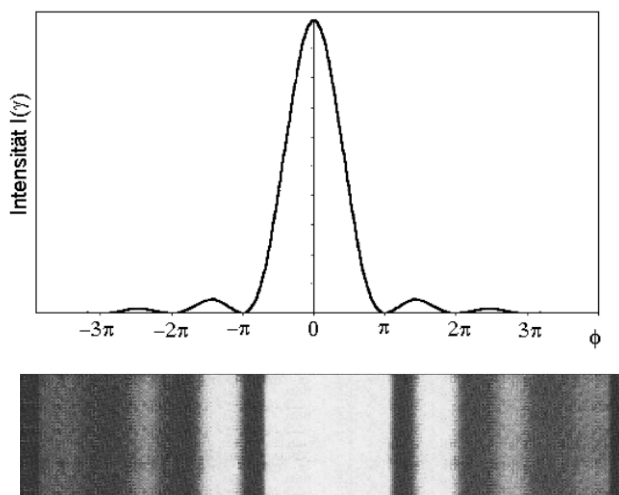


Abb. 4 Spaltfunktion als Beugungsbild eines rechteckförmigen Spaltes.

Der Beugungseffekt ist erklärbar, wenn man annimmt, dass sich in der Spaltebene mehrere Wellenzentren befinden, von denen Elementarwellen ausgehen, die sich überlagern und miteinander interferieren.

In Einfallrichtung ($\gamma = 0$) besitzen alle Elementarwellen identische Phasenwinkel, d.h. sie verstärken sich in dieser Richtung (Maximum 0. Beugungsordnung bzw. Hauptmaximum). Besteht jedoch zwischen den von jeweils gegenüberliegenden Spalträndern ausgehenden Elementarwellen ein Phasenwinkelunterschied von 2π , was einem Wegunterschied von λ entspricht, so existiert in der entsprechenden Wellenfront zu jeder Elementarwelle eine andere Elementarwelle mit einem Phasenwinkelunterschied von π . Das bedeutet, dass es zur Auslöschung kommt und in der Richtung, in die sich diese Wellenfront ausbreitet, somit ein Intensitätsminimum zu beobachten ist.

Generell tritt immer dann symmetrisch zur Einfallrichtung Verstärkung auf, wenn der Phasenwinkelunterschied zwischen den Elementarwellen des linken und rechten Blendenrandes ungeradzahlige Vielfache von π , d.h. von $\lambda/2$, beträgt (Abb. 5):

$$d = \frac{\lambda}{2} \cdot (2n + 1). \quad (2)$$

Somit gilt für diejenigen Richtungen, in denen Intensitätsmaxima beobachtet werden:

$$\frac{d}{b} = \sin \gamma_n = \frac{\lambda}{2b} \cdot (2n + 1). \quad \dots(3)$$

Für die Beugungsminima folgt entsprechend

$$\frac{d}{b} = \sin \gamma_m = \frac{\lambda}{b} \cdot m \quad (n, m = 1, 2, 3 \dots). \quad \dots(4)$$

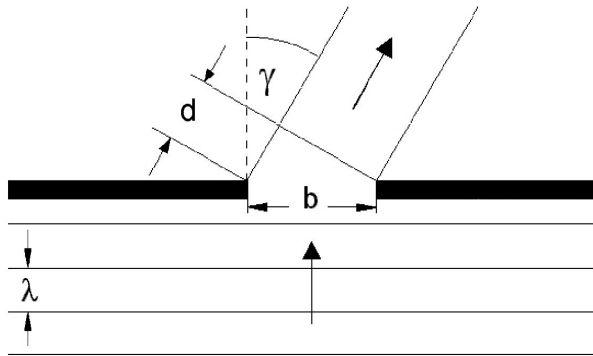


Abb. 5 Zur Erläuterung der Phasenbeziehungen zwischen den Elementarwellen innerhalb einer Wellenfront.

Der Beugungseffekt hängt vom Verhältnis Blendendurchmesser / Lichtwellenlänge ab (sichtbares Licht λ - 380 ... 750 nm). Er ist beobachtbar, wenn die Abmessungen der beugenden Objekte in der Größenordnung von λ liegen.

In Abb.6 ist eine Versuchsanordnung dargestellt, in der eine Spaltblende mit Laserlicht bestrahlt wird. Laserlicht eignet sich besonders gut für Beugungsexperimente, denn es besitzt neben seiner hohen Strahlungsintensität die Eigenschaft der **Kohärenz** [2]. Das bedeutet, dass das Strahlungsfeld, im Gegensatz zu gewöhnlichen Lichtquellen, über eine große Länge hinweg als geschlossener Wellezug beschrieben werden kann. Die das Laserlicht repräsentierenden Photonen haben in diesem Fall eine räumlich und zeitlich konstanten Phasenbeziehung untereinander.

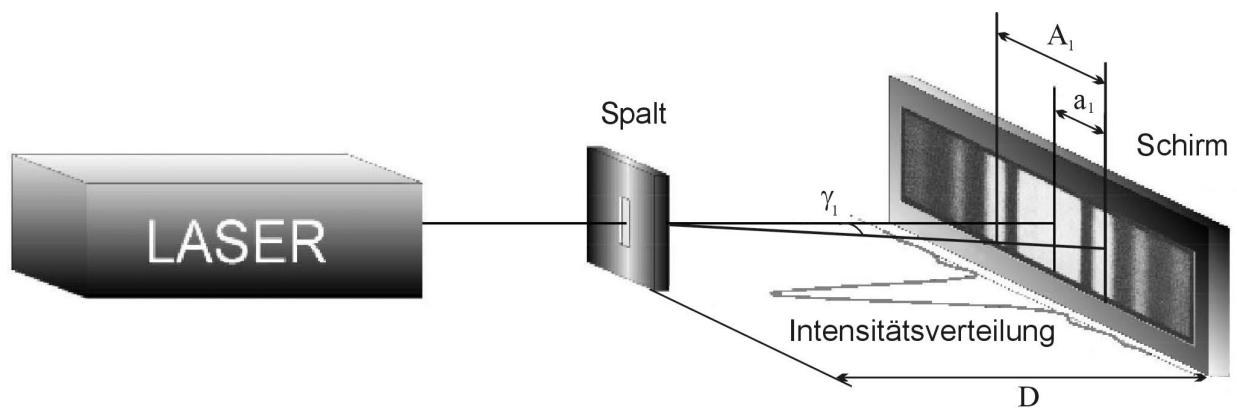


Abb. 6 Versuchsaufbau, bestehend aus Laser, Spalt und Beobachtungsschirm (erstes Nebenmaximum der Intensitätsverteilung bei a_1).

Die vorliegende Anordnung erlaubt das Vermessen der symmetrischen Beugungsmaxima und -minima auf dem Beobachtungsschirm. Werden z.B. die Abstände der Nebenmaxima a_n vom Hauptmaximum (d.h. der 0. Beugungsordnung) aus ermittelt, so gelten mit Kenntnis des Abstandes D zwischen Spalt und Schirm unter Berücksichtigung von Gl. (3) die Beziehungen:

$$\tan \gamma_n = \frac{a_n}{D}, \quad \sin \gamma_n = \frac{\tan \gamma_n}{\sqrt{1 + \tan^2 \gamma_n}} = \frac{a_n}{\sqrt{D^2 + a_n^2}} \quad (5)$$

$$\rightarrow \frac{a_n}{\sqrt{D^2 + a_n^2}} = \frac{\lambda}{2 \cdot b} \cdot (2 \cdot n + 1) \quad .$$

Zur Erhöhung der Messgenauigkeit ist es günstiger, den Abstand A_n zwischen den beiden jeweils links und rechts zum Hauptmaximum symmetrisch liegenden Nebenmaxima derselben Beugungsordnung zu bestimmen:

$$A_n = a_n^{\text{links}} + a_n^{\text{rechts}} \quad \rightarrow \quad \frac{A_n}{\sqrt{4 \cdot D^2 + A_n^2}} = \frac{\lambda}{2 \cdot b} \cdot (2 \cdot n + 1) \quad . \quad (6)$$

Beugung am Gitter

Ähnliche Verhältnisse liegen vor, wenn ein **optisches Gitter** verwendet wird. Optische Gitter können aus einer regelmäßigen Anordnung vieler Spaltblenden (Abb.7) oder aus in eine Glasplatte geritzten Kerben bestehen. Den regelmäßigen Abstand zwischen den Kerben bezeichnet man als Gitterkonstante g . Fällt eine Welle auf das Gitter, so entsteht eine Intensitätsverteilung, die wiederum aus der Überlagerung von Huygensschen Elementarwellen hervorgeht.

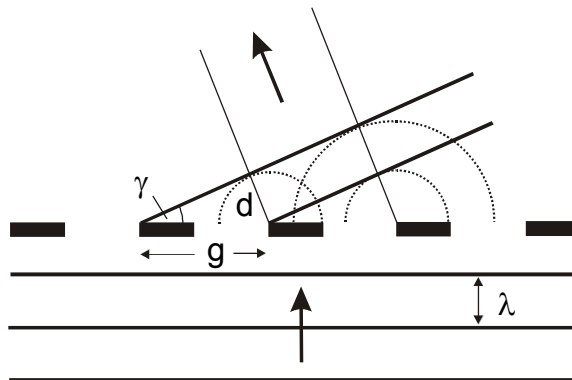


Abb. 7 Gitter als periodische Anordnung von Spaltblenden.

Maximale Intensitäten erhält man beim Gitter, wenn von benachbarten Spalten ausgehende Elementarwellen einen Wegunterschied von $d = n \cdot \lambda$ aufweisen, d.h.

$$\sin \gamma_n = \frac{\lambda}{g} \cdot n \quad (7)$$

($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) [3]. Die Schärfe der Intensitätsmaxima nimmt mit wachsender Anzahl der Kerben pro Längeneinheit des Gitters zu. Im Fall des Gitters besteht der Zusammenhang

$$\frac{a_n}{\sqrt{D^2 + a_n^2}} = \frac{A_n}{\sqrt{4 \cdot D^2 + A_n^2}} = \frac{\lambda}{g} \cdot n \quad (8)$$

$$\text{bzw.} \quad y = p + q \cdot x \quad \text{mit} \quad y = \frac{A_n}{\sqrt{4 \cdot D^2 + A_n^2}}, \quad x = n, \quad p = 0 \quad \text{und} \quad q = \frac{\lambda}{g} \quad . \quad (9)$$

Ist die Gitterkonstante bekannt, d.h. $g = g_0$, so ist mittels Gl.(8) auch die Wellenlänge λ bestimmbar. Dazu sind die Abstände A_n für verschiedene Beugungsordnungen n zu messen, entsprechende Messwertpaare (n, y_n) zu bilden und die Methode der linearen Regression Gl. (9) anzuwenden. Auf diese Weise kann ein Schätzwert für den Anstieg q gewonnen werden, mit dem die Wellenlänge berechnet werden kann:

$$\lambda = q \cdot g_0 \quad . \quad (10)$$

Ebenso ist es auf diese Weise möglich, bei bekannter Lichtwellenlänge den Wert der Gitterkonstanten g bzw. bei Verwendung einer Spaltblende unter Anwendung von Gl. (6) die Abmessung der Spaltbreite b zu bestimmen.

Versuchsaufbau

Zur Bestimmung der Abstände zwischen den einzelnen Beugungsmaxima a_n und der 0. Beugungsordnung wird eine spezielle Messoptik verwendet (Abb. 8). Diese besteht aus einem Fernrohr, das mit einer Noniusskala verbunden ist und mittels einer Stellschraube seitlich verschoben werden kann. Beim Blick durch das Fernrohr ist eine Messmarke sichtbar, die auf die Mitte des jeweiligen Intensitätsmaximums einzustellen ist.

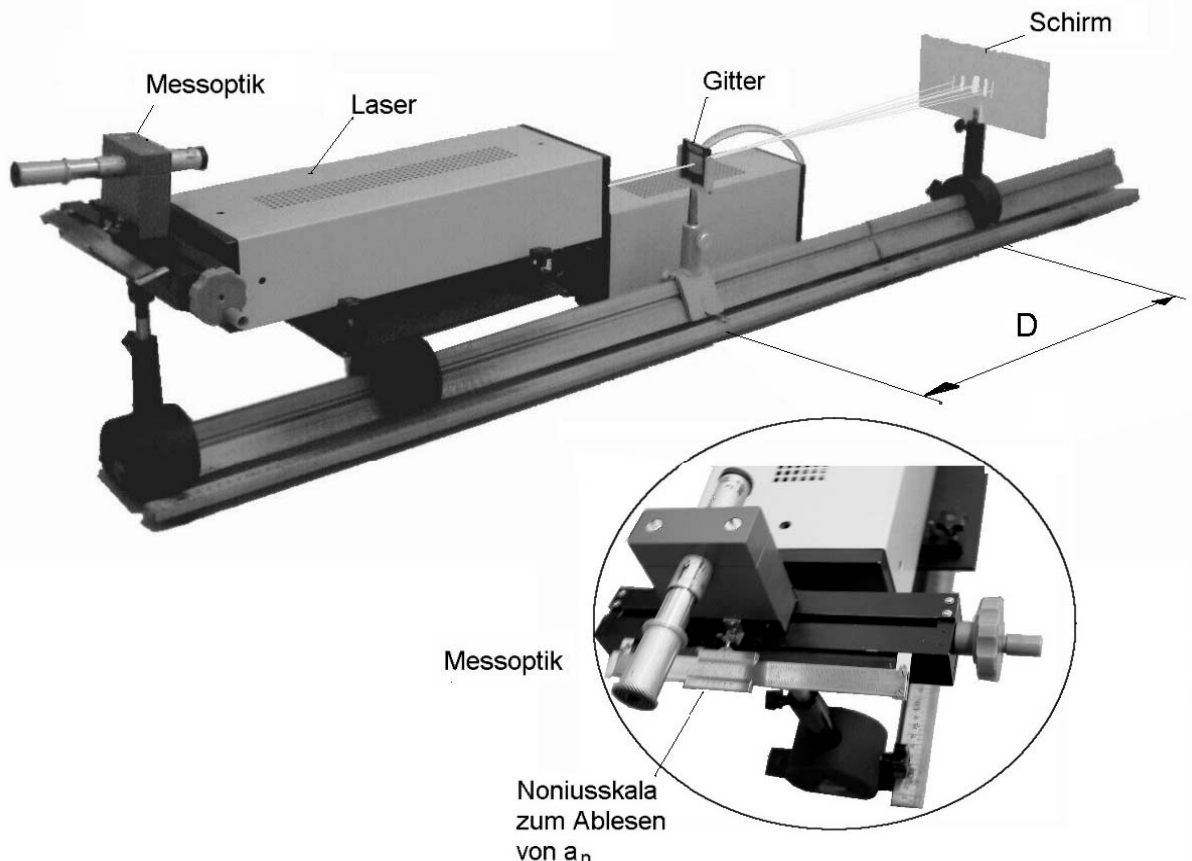
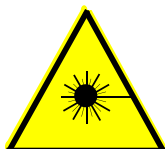


Abb. 8 Gesamtansicht des Versuchsaufbaus mit integrierter Messoptik.



Achtung, in diesem Versuch wird ein Laser verwendet!
Das unmittelbare Hineinsehen in den Laserstrahl kann zu bleibenden Schäden auf dem Augenhintergrund führen und ist daher unbedingt zu vermeiden!

Literatur

- [1] Ch.Gerthsen: Physik. Springer Verlag, 1997
[2] W. Ilberg: Physikalisches Praktikum für Anfänger. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1985
[3] E. Grimsehl: Lehrbuch der Physik Band 3. B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1978

ANHANG

1. Literaturwert der He/Ne-Laserwellenlänge: $\lambda_{He/Ne} = 632,8 \text{ nm}$

2. Fehlerfortpflanzung bei der Wellenlängenbestimmung Gl.(8) und (9)

$$\frac{A_n}{\sqrt{4 \cdot D^2 + A_n^2}} \approx \frac{A_n}{2 \cdot D} \approx \frac{\lambda}{g_0} \cdot n \quad \rightarrow \quad \Delta\lambda = \sqrt{(q \cdot \Delta g_0)^2 + (g_0 \cdot \Delta q)^2 + \left(\frac{\lambda}{D} \cdot \Delta D\right)^2}$$

3. Fehlerfortpflanzung bei der Bestimmung der Gitterkonstanten Gl.(8)

$$n=1 \quad \rightarrow \quad g \approx \frac{2 \cdot \lambda \cdot D}{A_1} \quad \Delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial D} \cdot \Delta D\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial A_1} \cdot \Delta A_1\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \lambda} \cdot \Delta \lambda\right)^2}$$
$$\frac{\partial g}{\partial D} = \frac{2 \cdot \lambda}{A_1} \quad \frac{\partial g}{\partial A_1} = -\frac{2 \cdot \lambda \cdot D}{A_1^2} \quad \frac{\partial g}{\partial \lambda} = \frac{2 \cdot D}{A_1}$$

4. Fehlerfortpflanzung bei der Bestimmung der Spaltbreite Gl.(6)

$$\frac{A_n}{\sqrt{4 \cdot D^2 + A_n^2}} \approx \frac{A_n}{2 \cdot D} \approx \frac{\lambda}{2 \cdot b} \cdot (2 \cdot n + 1) \quad n=1 \quad \rightarrow \quad b \approx \frac{3 \cdot \lambda \cdot D}{A_1}$$
$$\Delta b = \sqrt{\left(\frac{\partial b}{\partial D} \cdot \Delta D\right)^2 + \left(\frac{\partial b}{\partial A_1} \cdot \Delta A_1\right)^2 + \left(\frac{\partial b}{\partial \lambda} \cdot \Delta \lambda\right)^2}$$
$$\frac{\partial b}{\partial D} = \frac{3 \cdot \lambda}{A_1} \quad \frac{\partial b}{\partial A_1} = -\frac{3 \cdot \lambda \cdot D}{A_1^2} \quad \frac{\partial b}{\partial \lambda} = \frac{3 \cdot D}{A_1}$$