

Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald / Institut für Physik
Physikalisches Grundpraktikum

E4: Gleichstrombrücke nach WHEATSTONE und Kompensationsmethode nach POGGENDORF		
Name:	Versuchsgruppe:	Datum:
Mitarbeiter der Versuchsgruppe:		Ifd. Versuchs-Nr:

Aufgabe Bestimmen Sie Widerstände mit der Brückenschaltung und Urspannungen mittels der Kompensationsmethode.

Physikalische Schwerpunkte des Versuches

- Ohmsches Gesetz
- Gesetze im Gleichstromkreis (Maschen- und Knotensatz)
- Innenwiderstand; Ursprung bzw. Leerlaufspannung (EMK)
- Brücken nach WHEATSTONE und POGGENDORF; Kompensationsmethode
- WESTON-Normalelement

Versuchsablauf

1. Messungen

- 1.1. Messen Sie die beiden unbekanntes Widerstände in Reihen- und Parallelschaltung mit der WHEATSTONE-Brücke aus. Wenden Sie die beiden beschriebenen Verfahren an. Messen Sie mit halb aufgedrehtem Schutzwiderstand W_2 und bei $W_2=0$.
- 1.2. Messen Sie die beiden Widerstände in Reihen- und Parallelschaltung mit einem digitalen Multimeter aus.
- 1.3. Messen Sie die Urspannungen der drei unbekanntes Spannungsquellen mit der Brückenschaltung nach POGGENDORF.

2. Berechnungen und Auswertungen

- 2.1. Berechnen Sie die beiden Einzelwiderstände aus den Werten aus der Messung zu 1.1. Geben Sie den Messfehler an. Bestimmen Sie den relativen Fehler bei der Widerstandsmessung für beide Stellungen von W_2 .
- 2.2. Berechnen Sie die Einzelwerte aus der Messung mit der Präzisionsbrücke. Geben Sie den absoluten Fehler bei der Benutzung der Messbrücke an.

3. Zusatzaufgaben

- 3.1. Drei Widerstände (40Ω ; 60Ω und 80Ω) sind gegeben. Welche Gesamtwiderstände sind aus ihnen durch geeignete Kombinationen realisierbar?
- 3.2. Eine ideale Spannungsquelle ($U_0=1,4V$), Kondensatoren ($C=4\mu F$) und verlustfreie Spulen ($L=2H$) sind mit ohmschen Widerständen ($R=1\Omega$) in der dargestellten Weise (Abb. 1) zusammengeschaltet. Wie groß ist die Stromstärke, die der Spannungsquelle nach einer gewissen Zeit nach dem Einschalten entnommen werden kann?

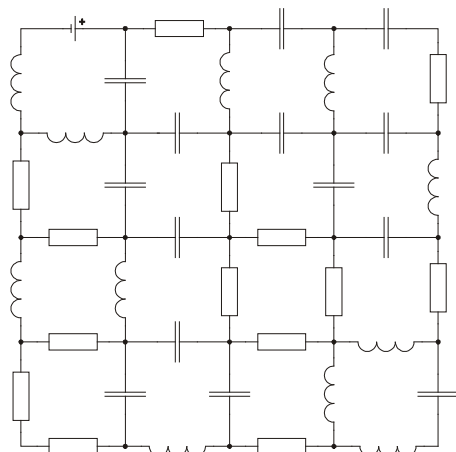


Abb. 1 Ideale Spannungsquelle.

Physikalische Grundlagen

Gleichstrombrücke nach Wheatstone

Messung von Widerständen

Bei der WHEATSTONESchen Brücke werden die Kirchhoffschen Regeln für den verzweigten Stromkreis zur Widerstandsbestimmung genutzt.

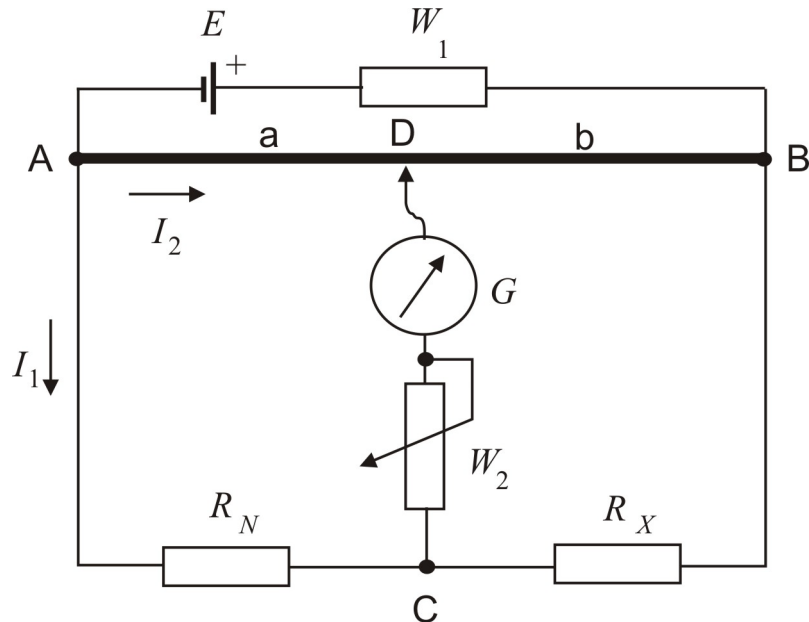


Abb. 2 Brückenschaltung nach Wheatstone.

Durch die Spannungsquelle E wird über dem Widerstandsdraht AB ein Spannungsabfall erzeugt. Der gleiche Spannungsabfall liegt auch über den in Reihe geschalteten Widerständen R_N und R_X . Dabei gilt: $U_{AC} + U_{CB} = U_{AB}$. Zwischen dem Punkt C und einem beliebigen Punkt D auf dem Draht AB herrscht im Allgemeinen eine Potentialdifferenz, die einen Strom durch das empfindliche Galvanometer G bewirkt. Durch verschieben des Schleifers kann man auf dem Draht AB einen Punkt D finden, bei dem der Strom durch das Messinstrument verschwindend klein wird. Dann ist der Spannungsabfall über R_N genau so groß wie über der Teilstrecke a , und der Spannungsabfall über R_X ist gleich dem über der Teilstrecke b . Die Anwendung des Ohmsche Gesetzes ergibt im abgeglichenen Zustand der Brücke folgende Spannungsabfälle über R_N und R_X , die vom gleichen Strom I_1 durchflossen werden:

$$U_{(R_N)} = U_{(a)} = R_N I_1 = U_{(a)} = R_a I_2 \quad (1)$$

$$U_{(R_X)} = R_X I_1 = U_{(b)} = R_b I_2 \quad (2)$$

Da sich die Widerstände R_a und R_b so verhalten wie die Strecken a und b , erhält man durch Division der Gleichungen (1) und (2):

$$\frac{R_N}{R_X} = \frac{R_a}{R_b} = \frac{a}{b} \quad \text{bzw.} \quad R_X = \frac{b}{a} R_N \quad (3)$$

Die Widerstände W_1 und W_2 dienen zur Empfindlichkeitsregelung der Brücke. Je kleiner diese Widerstände sind, desto empfindlicher ist der Versuchsaufbau (warum?).

Die Bedienung der Brücke kann nach zwei Vorgehensweisen erfolgen:

1. beliebige (aber endliche) Wahl von R_N (Dekadenwiderstände) und Verschiebung des Schleifers bis der Brückenweig CD stromlos ist (Nullabgleich),
2. Verschiebung des Schleifers D zur Mitte des Drahtes ($a = b$ bzw. $b/a = 1$) und Verstellen von R_N bis der Nullabgleich gefunden ist.

Wird bei Methode 1 $a \ll b$ oder $a \gg b$, so errechnet man R_X und wiederholt die Messung mit $R_N \approx R_X$. Die geringste Messunsicherheit ergibt sich für den Fall $R_N = R_X$.

Ermittlung des relativen Messfehlers der Widerstandsmessung

Allgemein gilt für den relativen Fehler f einer Messgröße m , wenn Δm der absolute Fehler ist:

$$f(\%) = \pm \frac{\Delta m}{m} \cdot 100 \quad (4)$$

Im Falle der Widerstandsmessung mit der Wheatstoneschen Brückenschaltung ergibt sich der Hauptfehler der Messung aus der Unsicherheit Δa bzw. Δb bei der Feststellung des Nullabgleichs. Um diesen Fehler experimentell zu ermitteln, geht man folgendermaßen vor:

Der Schleifer auf dem Brückendraht wird zunächst so eingestellt, dass das Galvanometer G keinen Strom anzeigt. Dann verschiebt man den Schleifer D um gewisse Strecken x (in mm) nach links bzw. nach rechts, so dass an G gut ablesbare Stromwerte (0,1; 0,2; 0,3; 0,4 mA) angezeigt werden. Die Werte stellt man in einer Tabelle zusammen und trägt sie in ein Diagramm ein. Da am verwendeten Galvanometer 1/4 Skalenteil (= 0,025 mA) gerade noch ablesbar ist, zeichnet man im Diagramm parallel zur x-Achse eine Gerade bei 0,025 mA (vergl. Abb. 3) und erhält durch die Schnittpunkte mit den beiden Kurvenzweigen die gesuchte Einstellunsicherheit Δx . Für den relativen Messfehler des Widerstandes ergibt sich dann:

$$f(\%) = \pm \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} \right) \quad (5)$$

Man sieht leicht ein, dass der relative Fehler am kleinsten wird, wenn $a = b$ ist. Deshalb sollte man stets versuchen, dass der Abgleichpunkt in der Nähe der Mitte des Schleifdrahtes liegt, d.h. der Abgleich sollte nach der Methode 2 erfolgen.

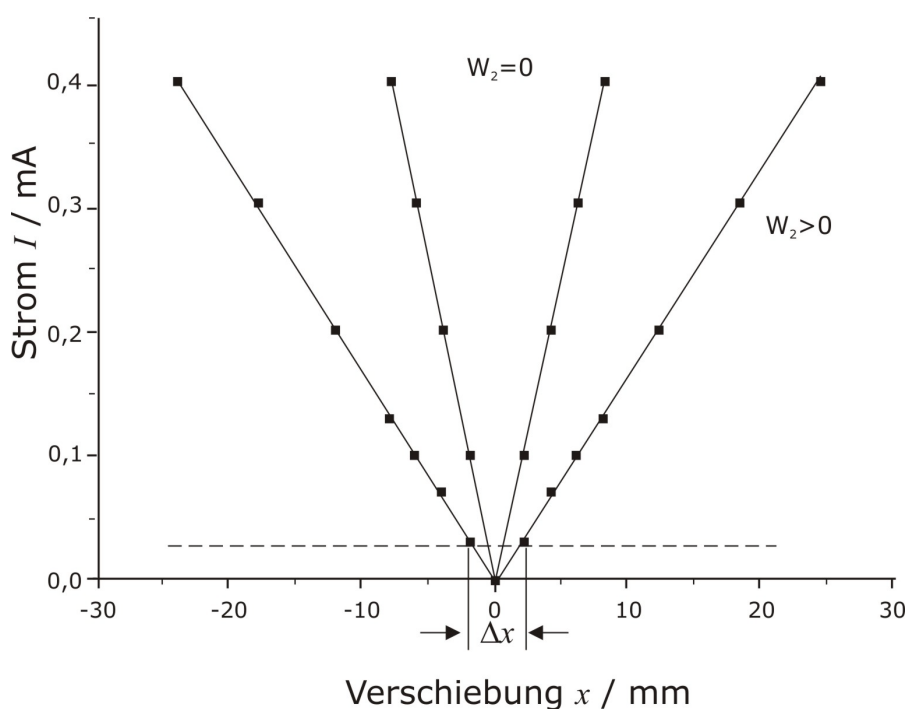


Abb. 3 Diagramm zur Bestimmung der relativen Messunsicherheit.

Hinweis

Nach der im Protokoll gezeichneten Schaltskizze (vergl. Abb. 2) ordnet man die Bauteile entsprechend an und stellt systematisch die Verbindungen her. Erst nach gründlicher Überprüfung und Abnahme der erstellten Schaltung wird die Spannungsquelle angeschlossen. Man beginnt die Messung bei geringer Empfindlichkeit der Messbrücke, d.h. bei großem W_2 . Hat man den Bereich der Nullstelle gefunden, so verkleinert man den Schutzwiderstand $W_2 \rightarrow 0$ und regelt mit dem Schleifer den Nullabgleich der Brücke nach.

Kommerziell werden für Widerstandsmessungen meist kombinierte Präzisionskurbel-Messbrücken in Wheatstone – Thomson - Schaltung eingesetzt.

Spannungsmessung mit der Kompensationsmethode

Ersatzschaltung von Spannungsquellen

Jede beliebige Spannungsquelle, sei es eine Batterie, ein Akku, ein Generator oder auch eine biologische Zelle (lebenden Zellen ist die Fähigkeit eigen, elektrische Potentiale zu erzeugen) kann durch eine Elektromotorische Kraft (EMK) bzw. Urspannung U_0 und einen Innenwiderstand R_i charakterisiert werden. Die Ersatzschaltung ist in Abb. 4 dargestellt.

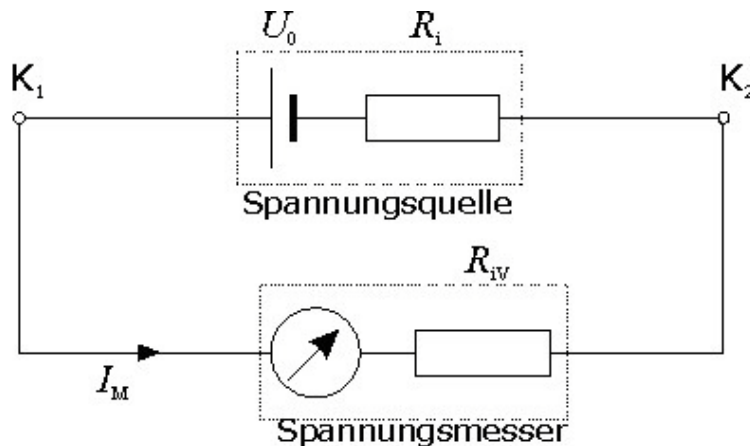


Abb.4 Ersatzschaltung einer Spannungsquelle.

Soll die Spannung der Spannungsquelle mittels eines Spannungsmessers ermittelt werden, so wird nur die Klemmenspannung U_K zwischen den äußeren Klemmen K_1 und K_2 gemessen. Wenn nämlich ein Strom der Stromstärke I_M fließt, ist die Klemmenspannung U_K um den inneren Spannungsabfall $U_i = I_M R_i$ am Innenwiderstand R_i kleiner als U_0

$$U_K = U_0 - I_M R_i \quad (6)$$

Ist der Innenwiderstand R_{iV} des Spannungsmessers hinreichend groß, so wird eine gewöhnliche Spannungsmessung zum Ziel führen. Bei vielen Anwendungen, z.B. bei der Messung elektrophysiologischer Spannungen oder bei der potentiometrischen pH-Wert-Bestimmung, ist diese Voraussetzung jedoch nicht erfüllt.

Messung der EMK mittels Kompensationsmethode

Um die Urspannung (EMK) U_0 einer Spannungsquelle zu bestimmen, ist eine stromlose Spannungsmessung notwendig, da bei $I_M = 0$ auch der innere Spannungsabfall $U_i = 0$ ist. Anwendung findet die Kompensationsmethode nach POGGENDORFF :

Eine Hilfsspannungsquelle U_H erzeugt längs eines Metalldrahtes AB einen linearen Spannungsabfall. Dabei ist es möglich, je nach Stellung des Schleifkontaktes D über der Strecke AD eine Teilspannung $0 \leq U_X \leq U_H$ abzugreifen. Verbindet man den negativen Pol des zu messenden Elementes mit dem Punkt A, den positiven Pol über den Umschalter S, den Schutzwiderstand W und ein Galvanometer G mit dem Kontaktschlitten D, so fließt durch das Galvanometer kein Strom, wenn das Potential des positiven Pols gleich dem Potential des Punktes D ist. In diesem Fall ist die Spannung zwischen A und D gleich der EMK, da der Messstrom Null ist, also kein Spannungsabfall am Innenwiderstand des Elementes auftreten kann.

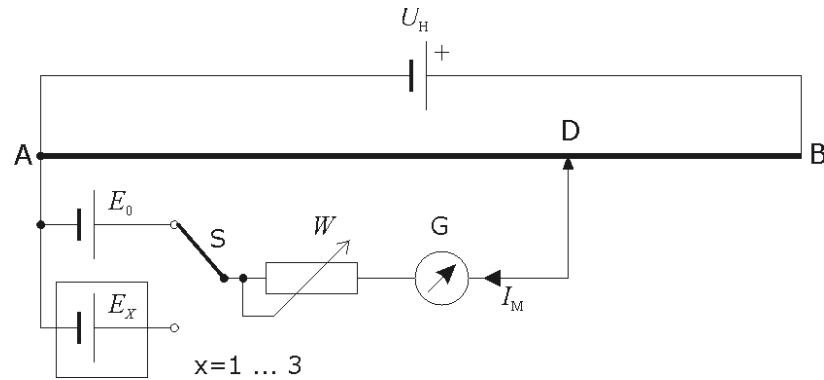


Abb. 5 Kompensationsschaltung nach POGGENDORF.

Man kann die EMK nun durch Messung der Spannung zwischen A und D bei $I = 0$ ermitteln oder man nimmt eine Eichung mittels eines Normalelementes E_0 (Skizze und Beschreibung unten) vor. Es gilt dann :

$$\frac{E_x}{E_0} = \frac{a_x}{a_0} \quad (7)$$

- a_0 bedeutet den Abstand von D bei $I = 0$ mit dem Normalelement,
- a_x bedeutet den Abstand von D bei $I = 0$ mit dem unbekanntem Element.

In der Schaltskizze (Abb. 5) dient der Widerstand W zur Einstellung der Empfindlichkeit. S ist ein Umschalter, mit dessen Hilfe wahlweise das Spannungsnormalelement E_0 bzw. die unbekannte EMK E_x zugeschaltet werden kann.

Das WESTON-Normalelement

Zwei Röhren sind durch ein Mittelrohr miteinander verbunden, so dass zwei kommunizierende Röhren entstehen. An beiden unteren Enden sind Platindrähte eingeschmolzen, welche die Elektroden darstellen. Am positiven Pol befindet sich reines Quecksilber, das von einer Paste - Quecksilbersulfat Hg_2SO_4 - bedeckt ist; am negativen Pol befindet sich Cadmium-Amalgam (Cd_xHg_y), das mit einer Schicht von Kristallen aus Cadmium-Sulfat-Hydraten bedeckt ist. Als Elektrolyt dient eine gesättigte Lösung von Cadmiumsulfat. Zum Schutz gegen Verunreinigungen sind die Röhren oben verschlossen. Das Normalelement darf nicht elektrisch belastet werden. Um eine Belastung zu verhindern, wird es durch einen eingebauten Vorwiderstand geschützt.

Bei $20^\circ C$ beträgt die EMK des Weston-Elementes $U_{20} = 1,0186$ V. Die EMK ist schwach temperaturabhängig. Folgende Formel, die international angenommen wurde (Washington 1910), gilt zwischen $0^\circ C$ und $40^\circ C$:

$$E_t = E_{20} - 4,06 \cdot 10^{-5}(t - 20) - 0,95 \cdot 10^{-6}(t - 20)^2 + 10^{-8}(t - 20)^3 \quad (8)$$

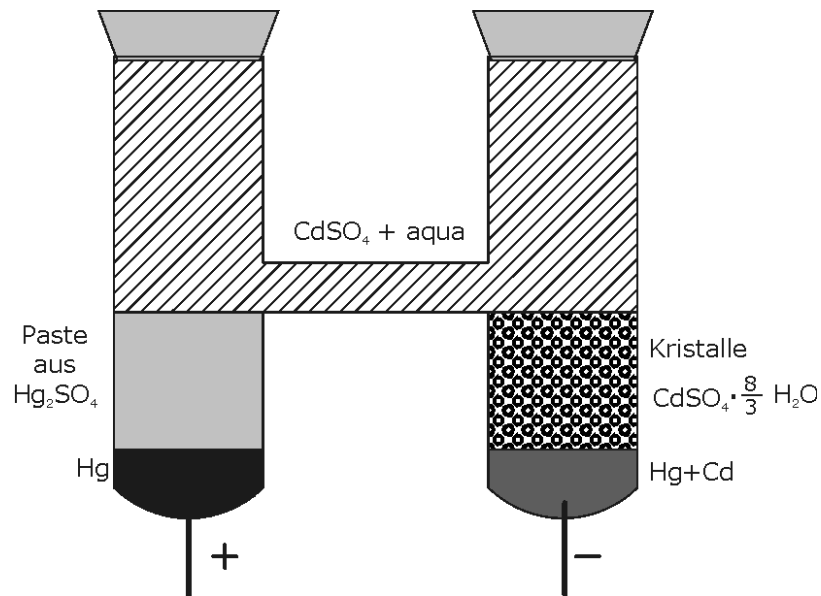


Abb. 6 Aufbau des internationalen Weston-Normalelementes.

EMK-Temperatur-Korrekturtabelle des unbelasteten Normalelementes (NE) mit gesättigtem Elektrolyten

Die EMK E_t eines NE bei der Temperatur t_C berechnet sich nach der angegebenen Formel (8) zu : $E_t = E_{20} + \Delta E_{20}$ mit ΔE_{20} = Differenz der EMK gegenüber dem bei 20°C gemessenen Wert. Die Tabellenwerte besitzen Gültigkeit für den Temperaturbereich von 0°C bis 40°C .

Temperatur $t_C / ^\circ\text{C}$	Korrekturwert $\Delta E_{20} / \mu\text{V}$
15	178
16	147
17	113
18	77
19	40
20	0
21	-41
22	-85
23	-130
24	-177
25	-225
26	-276
27	-327
28	-380
29	-435
30	-491