

Versuch A6 - RUTHERFORD-Streuung			
Name:		Mitarbeiter:	
Gruppennummer:	lfd. Nummer:	Datum:	

## 1. Aufgabenstellung

Bestätigen Sie die RUTHERFORDSche Streuformel durch eigene Messungen.

### 1.1. Versuchsziel

Beschäftigen Sie sich mit folgenden Schwerpunkten des Versuches:

- Atom- und Kernmodelle
- Radioaktivität
- Streuung in der Kernphysik
- RUTHERFORD-Streuung

### 1.2. Messungen

1.2.1. Messen Sie die Anzahl  $N$  der an einer Goldfolie gestreuten  $\alpha$ -Teilchen in Abhängigkeit vom Streuwinkel  $\vartheta$  in einem Winkelbereich von  $0^\circ \leq \vartheta \leq 60^\circ$  (s. Tabelle 1).

### 1.3. Auswertungen

1.3.1. Zeichnen Sie ein  $\lg N(\vartheta)$ -Diagramm.

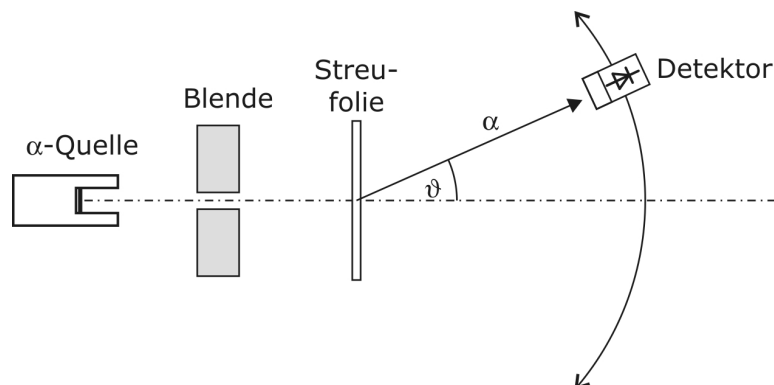
1.3.2. Stellen Sie in einem Diagramm die Anzahl  $\lg N$  der gestreuten  $\alpha$ -Teilchen in Abhängigkeit von dem Term  $\frac{1}{\sin^4\left(\frac{\vartheta}{2}\right)}$  dar.

1.3.3. Vergleichen Sie den experimentell gewonnenen Kurvenverlauf mit dem von RUTHERFORD berechneten Kurvenverlauf.

## 2. Grundlagen

### 2.1. Versuchsprinzip

Als im Jahr 1909 E. RUTHERFORD und seine Mitarbeiter (H. GEIGER, E. MARSDEN) ihr bekanntes Experiment zur Streuung von  $\alpha$ -Teilchen an einer Goldfolie begannen, war das THOMSONSche Atommodell (Rosinenkuchenmodell) das damalig gültige Modell des Atoms.



**Abb. 1** Prinzip des Versuches.

Im Experiment beschossen RUTHERFORDS Mitarbeiter GEIGER und MARSDEN eine sehr dünne Goldfolie mit  $\alpha$ -Teilchen (Abb. 1).

Der Nachweis der mehr oder weniger stark abgelenkten  $\alpha$ -Teilchen erfolgte mittels Beobachten eines Szintillationsschirmes. Bei diesem Versuch wird die Goldfolie ( $D=2 \mu\text{m}$ ) mit  $\alpha$ -Teilchen eines Am-241-Präparats beschossen ( $^{241}\text{Am} \rightarrow ^{237}\text{Np} + ^4\text{He}$   $E_\alpha \approx 5,5 \text{ MeV}$ ). Der Nachweis der gestreuten  $\alpha$ -Teilchen erfolgt mit einem Halbleiterzähler.

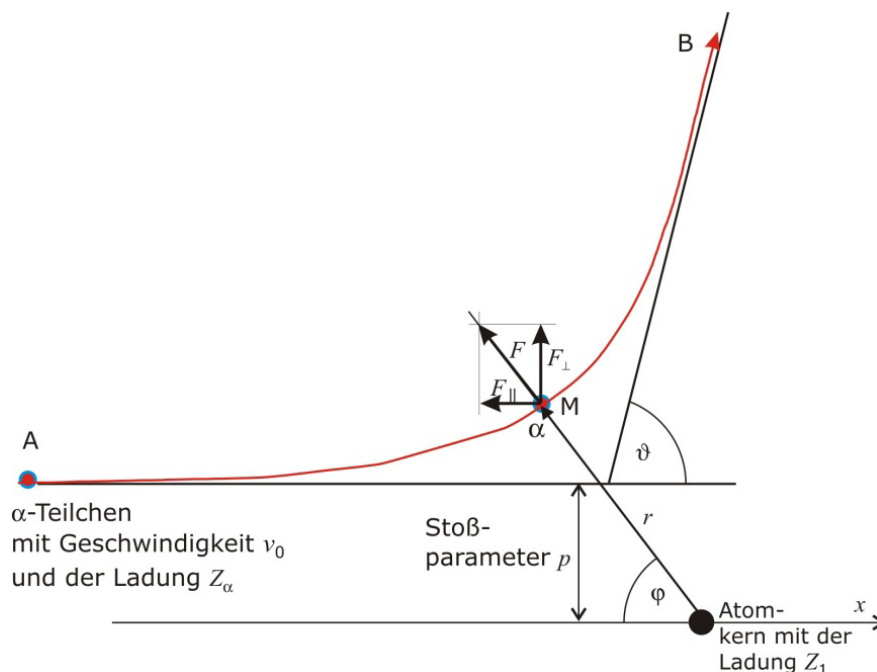
Die so gewonnenen Daten ließen sich nicht mehr mit THOMSONSchen Atommodell vereinbaren.

Die Modellvorstellungen von RUTHERFORD besagen, dass

- sich die positiven Ladungen und nahezu die gesamte Masse auf ein sehr kleines Volumen – den Atomkern – konzentriert,
- die Wechselwirkung zwischen den Kernen (Target) und den  $\alpha$ -Teilchen erfolgt rein elastisch durch Coulomb-Wechselwirkung,
- die Masse des streuenden Kerns ist sehr groß gegenüber der des  $\alpha$ -Teilchens,
- jeweils nur eine Streuung des  $\alpha$ -Teilchens während des Durchgangs durch die Folie erfolgt.

Mit diesen Annahmen wurde die Streuformel von RUTHERFORD hergeleitet.

## 2.2. Herleitung der RUTHERFORDSchen Streuformel



**Abb. 2** Bahnverlauf des  $\alpha$ -Teilchens nahe des Kerns.

Als Grundlage der Herleitung wird [3] verwendet. Man nimmt als Streuzentrum den positiv geladenen Atomkern an, der die Ladung  $Z_1$  besitzt. Bewegt sich das  $\alpha$ -Teilchen mit der Ladung  $Z_\alpha$  vom Punkt A auf den Kern zu, so hat es im Augenblick der größten Annäherung an das Streuzentrum seine kinetische Energie in potentielle Energie umgewandelt und es gilt:

$$\frac{m_\alpha v^2}{2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z_\alpha Z_1}{p} \quad (1)$$

Da streuender Kern und  $\alpha$ -Teilchen positiv geladen sind, existieren nur abstoßende Kräfte im elektrischen Feld des Kerns.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z_1}{r^3} \cdot \vec{r} \quad (2)$$

Die Bahn des  $\alpha$ -Teilchens beschreibt in der Nähe des Streuzentrums ein Hyperbelast (Abb. 2). Je nach Abstand  $p$  (Stoßparameter) vom Atomkern wird das  $\alpha$ -Teilchen mehr oder weniger stark um den Winkel  $\vartheta$  von der ursprünglichen Richtung abgelenkt. Da keine weiteren Kräfte wirken sollen, kann man die Bewegung des  $\alpha$ -Teilchens klassisch beschreiben.

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z_\alpha \cdot Z_1}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad (3)$$

Die Komponenten der Kraft (Betrag) im gezeichneten Punkt (vgl. Abb. 2) parallel und senkrecht zur Anfangsbewegung des  $\alpha$ -Teilchens (Pkt. A) betragen

$$\begin{aligned} F_\perp &= F \cdot \sin \varphi \\ F_\parallel &= F \cdot \cos \varphi \end{aligned} \quad (4)$$

Zusätzlich wird noch der Drehimpulssatz benötigt. Dabei liegt das Drehzentrum im ruhenden Atomkern. Der Drehimpuls bleibt erhalten und somit ist der Drehimpuls im Punkt A gleich dem im Punkt M.

$$(mv_0p)_A = (mr^2\dot{\varphi})_M \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{\dot{\varphi}}{v_0p} \quad (5)$$

Betrachtet man nur die Bewegungskomponente senkrecht zur ursprünglichen Bewegung, so lautet die NEWTONSche Bewegungsgleichung (vgl. Gl. (4))

$$F_{\perp} = m \frac{dv_{\perp}}{dt} = \frac{2Z_1e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \sin \varphi \quad (6)$$

Berücksichtigt man Gl. (5) und integriert über die Zeit, so erhält man

$$\int_{t_A}^{t_B} \frac{dv_{\perp}}{dt} dt = \frac{2Z_1e^2}{4\pi\epsilon_0 m v_0 p} \int_A^B \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} dt \quad (7)$$

Verlegt man den Punkt A ins Unendliche, so gilt  $\varphi = 0$  und die COULOMB-Kraft ist Null.

Um den Streuwinkel  $\vartheta$  zu bestimmen, wird auch der Punkt B ins Unendliche verlegt. Hier gilt

$$\varphi = 180^\circ - \vartheta \quad (8)$$

Nach dem Energieerhaltungssatz ist der Betrag der Geschwindigkeit des  $\alpha$ -Teilchens  $v_A = v_B = v_0$ , damit gilt für die Geschwindigkeitskomponente  $v_{\perp}$

$$v_{\perp} = v_0 \sin \vartheta \quad (9)$$

Außerdem kann man

$$\begin{aligned} \frac{dv_{\perp}}{dt} dt &= dv_{\perp} \quad \text{und} \\ \frac{d\varphi}{dt} dt &= d\varphi \quad \text{schreiben.} \end{aligned} \quad (10)$$

Damit wird Gl. (7) zu

$$\int_0^{v_0 \sin \vartheta} dv_{\perp} = \frac{2Z_1e^2}{4\pi\epsilon_0 m v_0 p} \int_0^{\pi-\vartheta} \sin \varphi d\varphi \quad (11)$$

Integriert ergibt sich

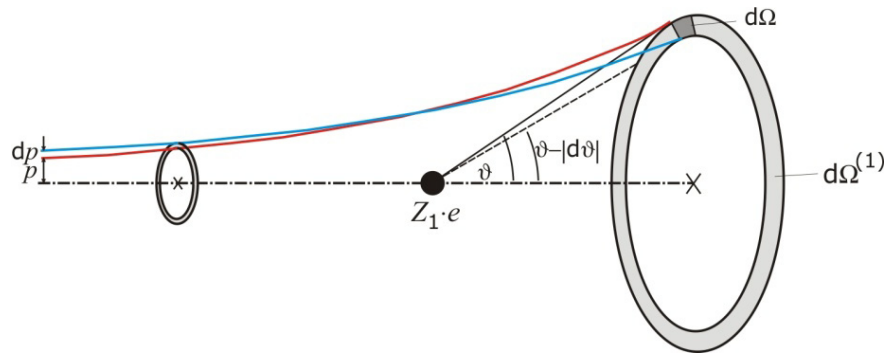
$$v_0 \sin \vartheta = \frac{2Z_1e^2}{4\pi\epsilon_0 m v_0 p} (1 - \cos \vartheta) \quad (12)$$

Mit der trigonometrischen Beziehung

$$\frac{1 + \cos \vartheta}{\sin \vartheta} = \cot \frac{\vartheta}{2} \quad (13)$$

erhält man für den sog. Stoßparameter  $p$

$$p = \frac{2Z_1e^2}{4\pi\epsilon_0 m v_0^2} \cot \frac{\vartheta}{2}. \quad (14)$$



**Abb. 3** Endliche Winkelbereiche.

Diese Gleichung beschreibt den Zusammenhang zwischen dem Stoßparameter  $p$  und dem Ablenkwinkel  $\vartheta$ .

Im Experiment misst man die abgelenkten Teilchen in einem endlichen Winkelbereich zwischen  $\vartheta$  und  $\vartheta + d\vartheta$ . Dazu gehört auch ein gewisser Stoßparameterbereich zwischen  $p$  und  $p + dp$  (Abb. 3). Den Zusammenhang zwischen  $dp$  und  $d\vartheta$  erhält man durch Differentiation der Gl. (14) zu

$$dp = \frac{2Z_1 e^2}{4\pi\epsilon_0 2mv_0^2} \cdot \frac{1}{\sin^2 \frac{\vartheta}{2}} d\vartheta. \quad (15)$$

Da es sich um ein rotationssymmetrisches Problem rund um den Atomkern handelt, muss man die Betrachtungen gemäß Abb. 3 durch Kreisringe erweitern. Die aktive Fläche  $da$  für einen entsprechenden Winkelbereich nennt man den differentiellen Wirkungsquerschnitt

$$da = 2\pi p dp. \quad (16)$$

Lässt man  $\alpha$ -Teilchen auf eine sehr dünne Folie der Dicke  $D$  und auf eine Fläche  $A$  treffen, die  $N$ - Atome in einem  $\text{cm}^3$  enthält, so ist die aktive Fläche aller Atome

$$dA = 2\pi p dp N D A, \quad (17)$$

wobei angenommen werden muss, dass sich die aktiven Flächen der Atome nicht gegenseitig überlagern (bei  $D = 2 \mu\text{m}$  für Gold - wie im Experiment - ergeben sich  $10^4$  Atomlagen).

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein  $\alpha$ -Teilchen durch die aktive Fläche der streuenden Atome fliegt, beträgt

$$W = \frac{dA}{A} = 2\pi N D p dp \quad (18)$$

Werden  $n$  Teilchen auf die aktive Fläche geschossen und es gelangen  $dn'$  Teilchen in den entsprechenden Winkelbereich, dann gilt

$$dn' = n 2\pi N p dp. \quad (19)$$

Diese Anzahl von Teilchen trifft auf die Ringfläche  $d\Omega^{(1)}$ .

$$d\Omega^{(1)} = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta \quad (20)$$

Für weitere Rechnungen ist es günstiger, den halben Streuwinkel ( $\vartheta/2$ ) zu betrachten. Damit ergibt sich dann für die Ringfläche:

$$d\Omega^{(1)} = 4\pi \sin \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} d\vartheta. \quad (21)$$

Der Detektor für die  $\alpha$ -Teilchen schneidet aus dieser Fläche  $d\Omega^{(1)}$  ein Segment  $d\Omega$  heraus. Die tatsächlich gemessene Teilchenzahl  $dn$  ist daher um das Verhältnis  $\frac{d\Omega}{d\Omega^{(1)}}$  gegenüber der Gesamtteilchenzahl  $dn'$  kleiner. Das bedeutet, dass auf der messenden Fläche des Nachweisgerätes

$$dn = dn' \cdot \frac{d\Omega}{d\Omega^{(1)}} \quad (22)$$

$\alpha$ -Teilchen registriert werden.

Setzt man in Gl. (22) die Ergebnisse für  $p$  (Gl.(14)) und  $dp$  (Gl. (15)) ein, so erhält man die *RUTHER-FORDSche Streuformel*:

$$\frac{dn(\vartheta, d\Omega)}{n} = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{Z_1^2 e^4 DN}{m^2 v_0^4 \sin^4 \frac{\vartheta}{2}} \quad (23)$$

Da die zu messende Anzahl der  $\alpha$ -Teilchen bei einem bestimmten Raumwinkel  $\vartheta$  nur von diesem abhängig ist (alle anderen Größen sind Konstanten), ist

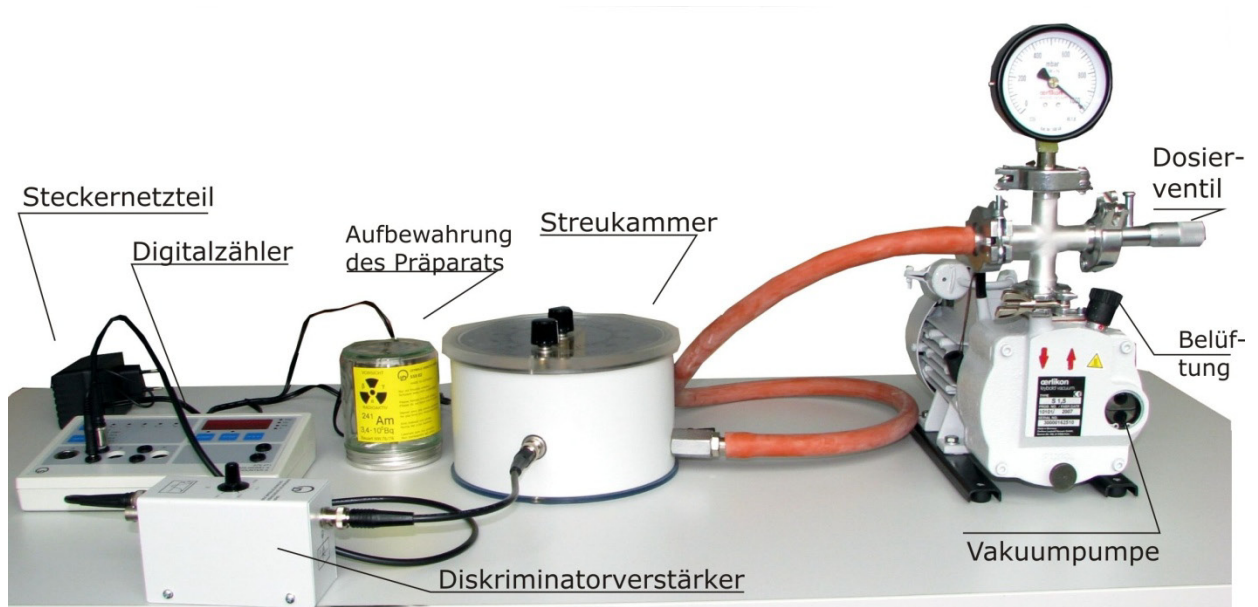
$$dn \cdot \sin^4 \frac{\vartheta}{2} = \text{const.} \quad (24)$$

nachzuweisen.

### 3. Experiment

#### 3.1. Versuchsanordnung

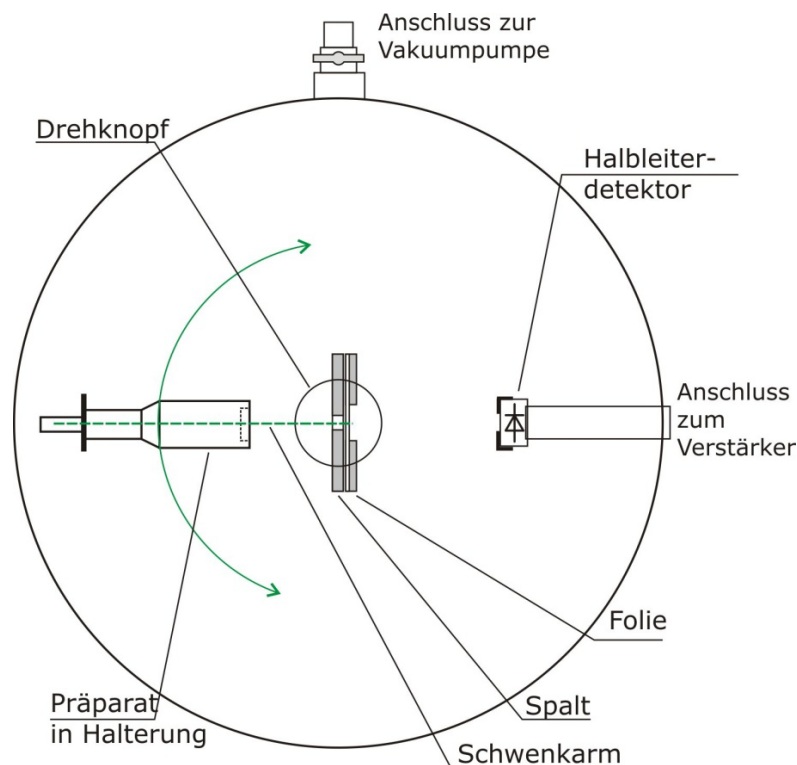
Den gesamten Versuchsaufbau gibt Abb. 4 wieder. Der  $\alpha$ -Strahler ist bereits vor Versuchsbeginn in die Streukammer eingesetzt worden.



**Abb. 4** Versuchsaufbau.

### 3.2. Hinweise zur Versuchsdurchführung

Die eigentlichen Messungen finden in der Streukammer statt. In ihr befinden sich der Strahler, die Blende und die Streufolie an einem Schwenkarm befestigt (vgl. Abb. 5). Zum Nachweis der Strahlung dient ein Halbleiterdetektor. Zur Stromversorgung der Diode und Verstärkung der Impulse dient der Diskriminatorverstärker, der eine einstellbare Schwelle der Verstärkung besitzt. Zur Messung der gestreuten  $\alpha$ -Teilchen muss die Streukammer evakuiert werden. Die Zählung der Teilchen erfolgt mit einem Zähler, der eine einstellbare Torzeit besitzt. Nachdem die Pumpe angeschaltet wurde, wird kurz auf den Deckel der Kammer gedrückt, damit eine Abdichtung erfolgt. Man erkennt die Dichtigkeit daran, dass der Druck, der im Manometer angezeigt wird, sinkt. Die Pumpe bleibt während der Messung eingeschaltet. Sind die Netzteile des Verstärkers und des Zählers eingesteckt, kann am Zähler die Messart mit dem Taster auf  $\text{MODE } N_{A,E}$  (Impulse) eingestellt werden.



**Abb. 5** Streukammer.

Die Torzeit wird mit der Taste `GATE` für die ersten Messungen auf 60s eingestellt. Der Verstärker wird auf 0,2 gestellt (Voreinstellung). Da bei diesem HL-Detektor die p-n-Schicht wegen der kurzen Reichweite der  $\alpha$ -Strahlen sehr oberflächennah liegt, ist der Detektor auch lichtempfindlich. Insbesondere das Wechsellicht der Leuchtstoffröhren kann die Zählung stören. Daher wird der Deckel der Kammer mit zwei halbrunden Pappscheiben beim Messen abgedeckt. Der Verstärker reagiert empfindlich auf elektrische Störungen. Deshalb werden der Verstärker und der Zähler über eine Netzfiltersteckdose versorgt. Zusätzlich ist die Masse des Zählers mit der Erdung des Schutzkontakts der Steckdose verbunden.

Auf dem Deckel der Kammer befindet sich eine zusätzliche Winkelskala, die eine Korrektur wegen gewisser Asymmetrien im Strahlengang darstellt. Diese wurden zuvor ermittelt.

Aus Zeitgründen wird die Kurve  $n(\vartheta)$  einseitig aufgenommen. Folgende Winkel und Torzeiten sollten genommen werden. Um vertretbare Messzeiten zu erzielen, wird bei  $\vartheta=15^\circ$  der Spalt auf 5 mm vergrößert. Dazu muss dann eine Korrekturgröße aus beiden Messungen bei  $\vartheta=15^\circ$  berechnet werden, die erlaubt, die Zählraten  $\vartheta>15^\circ$  auf eine Spaltbreite 1 mm zurückzurechnen:

Winkel $\vartheta$	0°	-2,5°	-5°	-10°	-15°	15°	-20°	-25°	-30°	-40°	-50°	-60°
Messzeit $t$ in s	60	60	60	60	100	100	100	100	300	300	600	600
Spaltbreite in mm	1	1	1	1	1	5	5	5	5	5	5	5

**Tabelle 1**

Die Messungen für die Torzeiten über 100 s müssen manuell durchgeführt werden, da diese Zeiten nicht einstellbar sind. Dazu liegt eine Stoppuhr bereit. Der Wechsel des Spaltes wird folgendermaßen durchgeführt: Das Dosierventil an der Pumpe wird einige Umdrehungen geöffnet (vgl. Abb. 4) und die Pumpe ausgeschaltet. Der Deckel wird abgenommen und mit dem Strahler und den Dias nach oben abgelegt. Der Klemmhalter, der die Folie und die Blende gemeinsam hält, wird gelöst und die Blende herausgenommen. Dabei ist zu beachten, dass **auf keinen Fall die Folie berührt** wird. Die 5 mm-Blende ist mit der Nut voran an den Platz der vorherigen Blende zu setzen und der Klemmhalter wird leicht festgezogen. Beim Aufsetzen des Deckels ist darauf zu achten, dass der Stift im Zylinder der Kammer in das Loch des Deckels passt. Das Dosierventil ist zu schließen (nicht zu fest drehen) und die Pumpe wird angeschaltet. Der Deckel ist anzudrücken. Die Messungen sind fortzuführen.

Nach Versuchsende ist, wie oben beschrieben, die Kammer wieder zu belüften. Der Betreuer ist zu informieren, damit das Präparat wieder sicher verwahrt werden kann.

#### 4. Literatur

- [1] Gebrauchsanweisung zur Streukammer: unter [www.ld-didactic.de](http://www.ld-didactic.de)
- [2] Gebrauchsanweisung zur Vakuumpumpe: unter [www.ld-didactic.de](http://www.ld-didactic.de)
- [3] HAKEN, WOLF: Atom- und Quantenphysik; Springer-Verlag Berlin, Heidelberg; 4. Auflage 1990
- [4] Gebrauchsanweisung zum Zähler: unter [www.ld-didactic.de](http://www.ld-didactic.de)