

Aufgabe 0.1

Ermitteln Sie die reellen Lösungen der nachfolgenden Gleichungen. (Probe nicht vergessen.)

- a) $z^2 - 6z + 5 = 0$
- b) $x - x^{1/2} - 1 = 0$
- c) $(p^2 - 3p)p + 2 = 0$
- d) $\ln(x^2 + 2) - 1 = 0$
- e) $\sin^2\alpha - \cos\alpha - 1 = 0$ mit $\alpha \in [0, 2\pi]$

Bezug von Aufgabe e zum Satz des Pythagoras und zum Einheitskreis?

Aufgabe 0.2

Bilden Sie die 1. und 2. Ableitung der nachfolgenden Funktionen.

- a) $y(x) = x^3 - 2x^2 + 1$
- b) $z(b) = 5 b^{0,5}$
- c) $u(w) = w \cos(w)$
- d) $f(d) = e^d$
- e) $u(z) = \ln(z)$

Aufgabe 0.3

Bilden Sie alle 1. partiellen Ableitungen der nachfolgenden Funktionen.

- a) $z(x,y) = x^2 + y^2 + xy$
- b) $V(a,b,c) = a b c$
- c) $s(a,t) = 0,5 a t^2$

Aufgabe 0.4

Berechnen Sie die nachfolgenden bestimmten Integrale.

- a) $F(x) = \int_0^1 x^2 \cdot dr$
- b) $F(t) = \int_1^4 \sqrt{t} \cdot dt$

Aufgabe 1.1

Ein Umweltamt erhält den Lageplan eines vergrabenen Schadstoffbehälters. Dieser Plan wird durch eine Verkettung ungünstiger Umstände zerrissen. Auf einem der Fetzen ist ein markanter alter Baum mit dem Hinweis „Start“ zu sehen. Dann gibt es noch fünf andere Papierfetzen. Diese enthalten ohne Reihenfolge die Informationen:

- „30m nach Osten“,
- „50m nach Norden“,
- „50m nach Südosten“,
- „25m nach Süden“ und „65m nach Westen“.

Wo sollte der Umweltbeauftragte mit der Grabung beginnen?

Welche Entfernung hat der Fundort vom Startpunkt?

Was passiert, wenn ein anderer Beamter den gleichen Hinweisen in anderer Reihenfolge folgt?

Aufgabe 1.2

Ein Lichtjahr ist eine in der Astronomie gebräuchliche Einheit. Es ist die Länge der Strecke, die Licht mit einer Geschwindigkeit von $c = 3 \cdot 10^8$ m/s in einem Jahr zurücklegt.

Geben Sie die Lichtgeschwindigkeit in km/h an.

Wie viele km sind ein Lichtjahr?

Welche Strecke legt das Licht in einer Nanosekunde zurück?

Aufgabe 1.3

Die Lichtgeschwindigkeit beträgt $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, die des Schalls in Luft etwa 333 m/s.

Bei einem Gewitter werde der Donner von einem Beobachter 13,5 s später registriert als der Blitz.

Wie groß ist die Entfernung des Blitzeinschlags vom Beobachtungsort?

Ist die Angabe der Lichtgeschwindigkeit bei der Lösung dieser Aufgabe sinnvoll?

Aufgabe 1.4

Rechnen Sie folgende Größen um (schreiben Sie dabei alle Umrechnungsschritte genau auf):

- a) 1 dm^3 in Liter
- b) 1 cm^3 in 1 m^3
- c) 1 km/h in ms^{-1}

Aufgabe 1.5

In der Homöopathie werden stark verdünnte Lösungen (Potenzen) hergestellt. Beispielweise entsteht eine sog. D3-Potenz, wenn zunächst 1 Anteil eines „Wirkstoffes“ mit 9 Anteilen eines Lösungsmittels vermischt wird.

Von der entstandenen Lösung werden daraufhin wiederum 1 Anteil mit 9 Anteilen des Lösungsmittels und schließlich nochmals 1 Anteil der entstandenen Lösung mit 9 Anteilen des Lösungsmittels vermischt.

Die Verdünnungsprozedur findet in diesem Beispiel 3 mal statt.

Wieviele Moleküle des „Wirkstoffes“ würden unter der Voraussetzung, dass die Molmassen des „Wirkstoffes“ und des Lösungsmittels annähernd der Molmasse von Wasser entsprechen, in einem Liter einer D30-Potenz enthalten sein?

Aufgabe 2.1

Ein Läufer benötigt für eine Stadionrunde von 400 m Länge eine Zeit von 150 s.
Wie groß ist der durchschnittliche Betrag seiner Geschwindigkeit?
Welcher durchschnittliche Geschwindigkeitsvektor resultiert am Ende?

Aufgabe 2.2

Ein Automobil fährt mit konstanter Geschwindigkeit von $v=20$ m/s hinter einem anderen her, dessen Geschwindigkeit 12 m/s beträgt.

Welche Zeit benötigt das Automobil, bis es das andere einholt?
Welchen Weg legt es dabei zurück, wenn der anfängliche Abstand 600 m beträgt?

Aufgabe 2.3

Eine S-Bahn wird durch eine Notbremsung innerhalb von 20 s auf einer Strecke von 400 m zu Stehen gebracht. Der Bremsvorgang wird in guter Näherung als gleichförmig beschleunigte Bewegung angesehen.

Wie groß war die Bremsverzögerung?
Welche Reisegeschwindigkeit (in km/h) hatte der Zug vor der Notbremsung?

Aufgabe 2.4

Das Echolot eines Schiffes empfängt das von einem Fischschwarm reflektierte Signal 0,25 s und das vom 3,2 km entfernten Meeresgrund reflektierte Signal 4,0 s nach Aussendung des Schallimpulses.

Wie groß ist die Schallgeschwindigkeit in Meerwasser?
In welcher Tiefe unter dem Schiff befindet sich der Fischschwarm?

Aufgabe 2.5

Jemand wirft einen Stein horizontal von einer Brücke mit einer Geschwindigkeit von 5 m/s. Die Brücke befindet sich genau 10 m über der Wasseroberfläche.

Wie lange und wie weit fliegt der Stein bis er auf die Wasseroberfläche trifft?
Mit welcher Geschwindigkeit taucht er ins Wasser?
Wie groß ist der Auftreffwinkel (Vernachlässigung des Luftwiderstands)?

Aufgabe 3.1

In einer Zentrifuge rotiert ein kleiner Körper im Abstand $r=9,8$ cm um die Zentrifugenachse mit einer Winkelgeschwindigkeit $\omega=100$ s⁻¹.

Wieviel größer ist die auf die Masse des Körpers wirkende Radialbeschleunigung als die Fallbeschleunigung?
Wie groß ist die Bahngeschwindigkeit?

Aufgabe 3.2

Bei einem „Tag der offenen Tür“ eines Sportvereins schleudert ein im Hammerwerfen ungeübter Teilnehmer das Sportgerät in 1,8 m Höhe in einem horizontalen Kreis mit dem Radius 1,6 m. Nach dem Loslassen fliegt der Hammer horizontal weg und trifft in 12 m Entfernung auf dem Boden auf.

Wie groß war die Radialbeschleunigung während der Rotation der Hammerkugel auf dem Kreis?
Wie groß war die Rotationsfrequenz kurz vor dem Loslassen?

Aufgabe 3.3

Eine Person der Masse 70 kg befinde sich in einem Fahrstuhl, der mit einer Beschleunigung von 2,5 ms⁻² anfährt. Wie groß ist die durch die Person auf den Boden ausgeübte Kraft bei einer Aufwärtsbewegung, Abwärtsbewegung und wenn das Aufzugsseil reißen und der Aufzug frei fallen würde?

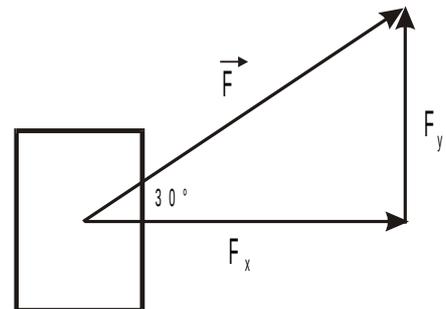
Aufgabe 3.4

Ein Pkw der Masse 1t fahre mit 10 m/s frontal auf eine Mauer. Auf einer Strecke von 50 cm (Knautschzone) komme er gleichmäßig verzögert zum Stehen. Welche Kraft wird auf die Mauer ausgeübt?

Aufgabe 3.5

Eine in Sperrholz verpackte Waschmaschine (Masse 100 kg) wird von einem Studenten (m/w) mit einem Seil über einen Holzfußboden gezogen. Dieser hat das Seil über die Schulter gelegt, so dass das Seil einen Winkel von 30° zur Horizontalen hat. Der Haftreibungskoeffizient (Holz auf Holz) beträgt $\mu_n = 0,6$ und der Gleitreibungskoeffizient $\mu_g = 0,1$.

Welche Kraft muss der Student (m/w) aufwenden, um die Waschmaschine in Bewegung zu setzen beziehungsweise um sie aufrecht zu erhalten?
Müsste man mehr oder weniger Kraft aufwenden, wenn das Seil parallel zur Erdoberfläche spannen wäre?



Aufgabe 4.1

Der Teller eines mit 45 Umdrehungen pro Minute laufenden Plattenspielers kommt nach dem Abschalten innerhalb von 3 s zum Stillstand. Wie groß ist der Betrag der mittleren Winkelverzögerung (negative Winkelbeschleunigung) während des Auslaufens?

Aufgabe 4.2

Die Musik auf einer Compact Disc (CD) ist in winzigen Erhebungen und Vertiefungen auf einer spiralförmigen Spur kodiert, die sich vom Zentrum der kreisförmigen CD nach außen zum Rand hin windet und bis zu 5,4 cm lang sein kann. Ein Laserstrahl bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 1,2 m/s entlang dieser Spur. Die Erhebungen und Vertiefungen bewirken unterschiedliche Reflexionen des Lichts, was mit einem Fotodetektor registriert wird. Auf diese Weise wird die Information der CD ausgelesen. Typischerweise beginnt die Spur 2,3 cm vom Drehzentrum und endet bei einem Abstand von 5,9 cm. Damit die Lesegeschwindigkeit konstant bleibt, wird die Winkelgeschwindigkeit der CD gleichförmig variiert.

Wie lange würde das Abspielen der gesamten Spur dauern (Angabe in Stunden und Minuten)?
Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit am Anfang und am Ende des angegebenen Bereiches.
Geben Sie das Ergebnis in Umdrehungen und rad/s pro Sekunde an.

Aufgabe 4.3

Ein mit 10 Litern Wasser (Dichte $0,9982 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$) gefülltes offenes Gefäß aus dünner Plastikfolie, dessen Eigengewicht daher vernachlässigt werden soll, wird kreisförmig vertikal herumgeschleudert (Armlänge bzw. Kreisradius $r = 80 \text{ cm}$).

Wie groß müssen die Bahn- und Winkelgeschwindigkeit mindestens sein, damit kein Wasser ausläuft?
Wie groß ist in diesem Fall die Kraftwirkung auf den Arm direkt im oberen und unteren Scheitel der Kreisbahn?

Aufgabe 4.4

Ein Pendel besteht aus einer Kugel der Masse $m=0,5 \text{ kg}$, die an einem Faden der Länge $L=2\text{m}$ (Masse des Fadens vernachlässigbar) aufgehängt ist. Die Kugel wird um einen Winkel von 30° gegenüber der Vertikalen ausgelenkt und losgelassen.

Welche Geschwindigkeit besitzt die Kugel am tiefsten Punkt?
Welche Kraft hat der Faden am tiefsten Punkt auszuhalten?

Aufgabe 4.5

Bergwandern auf dem Gletscher: Eva ($m = 50 \text{ kg}$) und Adam ($m = 70 \text{ kg}$) sind mit einem Seil verbunden. Eva steht auf einer reibungsfreien Eisfläche als Adam in eine Gletscherspalte stürzt. Nehmen Sie an, dass das Seil bis zur Spalte horizontal und dann vertikal gespannt ist und über den Spaltenrand reibungsfrei gleitet.

Bestimmen Sie die Beschleunigung beider Bergsteiger.
Welche Kraft wirkt auf das Seil?
Was passiert, wenn Eva das Seil durchschneidet?

Aufgabe 5.1

Ein 60 kg schwerer Skiläufer fährt einen 60 m hohen Berg hinunter.

Wie groß ist seine ursprüngliche potentielle Energie bezogen auf das Tal (in Nm, J und kWh)?

Mit welcher Geschwindigkeit würde er im Tal ankommen, wenn die Reibung vernachlässigbar wäre (in m/s und km/h)?

Wieviel Energie ist an Reibung verloren gegangen wenn er mit einer Geschwindigkeit von 25 km/h im Tal ankommt?

Aufgabe 5.2

Ein Pferd zieht 15 Minuten lang eine Kutsche mit einer Kraft von 180 N bei einer Geschwindigkeit von 7,2 km/h.

Die Deichsel der Kutsche bilde einen Winkel von 30° gegenüber der Horizontalen.

Welche Arbeit verrichtet das Pferd (in J)?

Aufgabe 5.3

Mit einem (reibungsfreien) Flaschenzug wird eine Last von 600 N 15 m angehoben.

Wie groß ist die abgewickelte Länge des Seils, wenn die am Flaschenzug aufzuwendende Kraft 60 N beträgt?

Aufgabe 5.4

Ein PKW der Masse $m=1$ t wird aus dem Stand heraus in nur 5 Sekunden auf eine Geschwindigkeit von $v=54$ km/h gleichmäßig beschleunigt.

Welche Kraft bringt der Motor dabei auf und welche Arbeit verrichtet er?

Welche mittlere Leistung muss der Motor aufbringen?

Aufgabe 5.4

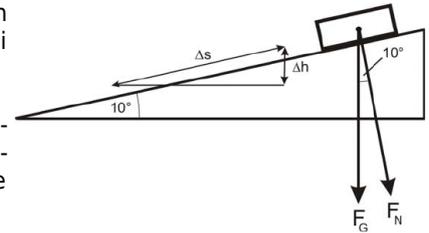
Ein Aufzug wiegt 1000 kg und soll 800 kg befördern. Die beim Betrieb wirkende Reibungskraft ist konstant und beträgt 4000 N. Welche Leistung muss der Aufzugsmotor mindestens liefern, damit er sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 3 m/s bewegt? Welche Beschleunigung ist erforderlich, damit der Aufzug die angestrebte Geschwindigkeit von 3 m/s bereits nach 2 m erreicht?

Aufgabe 6.1

Beim Bremsen wird die kinetische und potentielle Energie eines Fahrzeuges in der Reibungsarbeit aufgezehrt. Der Haftreibungskoeffizient zwischen Gummi und Asphalt wird mit $\mu_h = 0,5$ angenommen.

Wie lang ist der Bremsweg eines PKW der Masse 1 t wenn er bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h auf einer abschüssigen Straße, die einen Neigungswinkel von 10° gegenüber der Horizontalen besitzt, eine Notbremsung, welche die Räder blockiert, durchführen muss?

Wie lang wäre der Bremsweg, wenn die Notbremsung beim Hinauffahren bei gleicher Geschwindigkeit erfolgen würde?



Aufgabe 6.2

Der LKW eines 70 kg schweren Fahrers kollidiert bei einer Geschwindigkeit von 60 km/h mit einem Betonpfeiler. Der Crash dauert etwa 100 ms. Berechnen Sie die mittlere Kraft, die der Sicherheitsgurt auf den Fahrer ausübt.

Hätte er sich auch mit den Armen abstützen können, bzw. was für eine Masse müsste er heben können, um die selbe Kraft, wie sie der Gurt ausübt, aufzubringen?

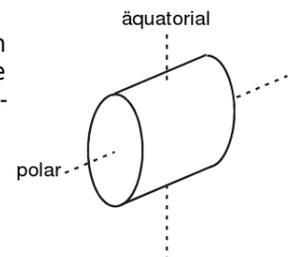
Aufgabe 6.3

Unter vereinfachten Annahmen ist die Erde eine rotierende Kugel mit einem Radius von $r = 6370$ km und einer Masse $m = 5,98 \cdot 10^{21}$ t. Das Trägheitsmoment einer homogenen Kugel lässt sich zu $J = 2/5 m r^2$ berechnen.

Welche Zentrifugalbeschleunigung wirkt am Äquator?
Wirkt sich diese spürbar auf die Fallbeschleunigung aus?
Bestimmen Sie Betrag die Rotationsenergie der Erde.

Aufgabe 6.4

Welchen Radius muss ein 10 cm hoher Zylinder besitzen, damit er sowohl bei Rotation um seine Symmetrieachse als auch bei Rotation um eine durch die Mitte der Symmetrieachse und auf dieser senkrecht stehenden Drehachse bei gleicher Winkelgeschwindigkeit die selbe Rotationsenergie besitzt?



polares Trägheitsmoment:
$$J_{pol} = \frac{m}{2} \cdot r^2$$

äquatoriales Trägheitsmoment:
$$J_{äqu} = \frac{m}{12} \cdot (3r^2 + h^2)$$

Aufgabe 6.5

Ein zweijähriges (10 kg) und ein sechsjähriges Kind (30 kg) wollen zusammen wippen. Beide Kinder sitzen sich in einem Abstand von 4 m auf der Wippe gegenüber, während sich diese im Gleichgewicht befindet.

Wie weit sitzt das sechsjährige Kind vom Drehpunkt der Wippe entfernt?

Aufgabe 7.1

Ein Gasmolekül der Masse m treffe mit einer Geschwindigkeit v senkrecht auf eine ebene Gefäßwand und werde dort vollkommen elastisch reflektiert. Was gilt für den Impuls und die kinetische Energie des Gasmoleküls vor und nach dem Stoß? Wie groß ist der Impuls, den die Gefäßwand aufnimmt?

Aufgabe 7.2

Ein Neutron der Masse m_N bewege sich mit einer Geschwindigkeit $v_N = 300 \text{ ms}^{-1}$. In die gleiche Richtung fliege ein Heliumkern der Masse $m_{\text{He}} = 4 m_N$ mit der Geschwindigkeit $v_{\text{He}} = 800 \text{ ms}^{-1}$ und stoße elastisch mit dem Neutron zusammen. Es handle sich um einen zentralen Stoß, d.h. die Bewegung vor und nach dem Stoß findet auf derselben Geraden statt. Welche Geschwindigkeiten haben beide Teilchen nach dem Stoß?

Aufgabe 7.3

Am 12. September 1966 dockte erstmals ein AGENA-Modul an eine GEMINI-Raumkapsel der Masse 3,4t an. Die NASA beschloss ein Experiment zur Bestimmung der exakten Masse von AGENA. Während AGENA angedockt war, wurde vom GEMINI-Motor 7,0 s lang eine konstante Schubkraft von 890 N erzeugt. Die Geschwindigkeit des GEMINI-AGENA-Tandems hatte sich danach um 0,93 m/s geändert. Welche Masse hatte AGENA?

Aufgabe 7.4

Zwischen zwei festgehaltenen, ruhenden Wagen der Massen $m_1 = 1 \text{ t}$ und $m_2 = 2 \text{ t}$ befinde sich eine gespannte Stahlfeder, die in diesem Zustand eine Spannenergie von 120 J aufweist. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich jeder der beiden auseinander laufenden Wagen nach dem Loslassen und damit nach der völligen Entspannung der Feder bei Vernachlässigung von Reibung?

Aufgabe 7.5

Auf einem Spielplatz rotiere eine horizontal gelagerte kreisförmige Scheibe reibungsfrei um ihren Mittelpunkt (Masse $m_s = 100 \text{ kg}$, Radius $r_s = 2,0 \text{ m}$ und Trägheitsmoment $J_s = 0,2 m_s r_s^2$). Ein 40 kg schweres Kind balanciert während der Rotation langsam vom Scheibenrand zum Drehzentrum. Am Anfang, wenn sich das Kind am Scheibenrand befindet, ist die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2,0 \text{ rad/s}$.

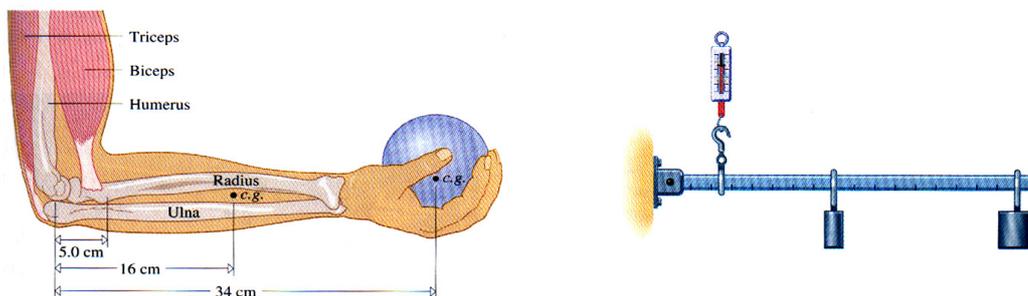
Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit, wenn sich das Kind 50 cm vom Drehzentrum befindet (Kind wie Punktmasse behandeln) und die Rotationsenergien des Systems für den Anfangs- und Endzustand. Wie kann der Energiezuwachs erklärt werden?

Aufgabe 7.6

Zwei Personen tragen mithilfe einer auf ihren Schultern liegenden Stange der Länge 1,8 m einen an dieser befestigten Stein der Masse 120 kg. Die Tragfähigkeit der beiden Personen verhalte sich wie 11:13. (Die Masse der Stange sei vernachlässigbar.) Wo ist die Last aufzuhängen? Wie groß ist die Last, die jede Person zu tragen hat? Ändert sich die Lastverteilung, wenn sie an einer längeren Stange getragen wird?

Aufgabe 8.1

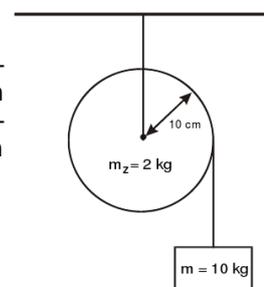
Der Bizeps-Muskel ist einerseits an der Schulter, andererseits am oberen Unterarmknochen (Radius) 5 cm entfernt vom Ellenbogengelenk befestigt. Seine Kontraktion beugt den Arm. Nehmen Sie an, dass Unterarm und Hand 5,5% der Körpermasse (70 kg) ausmachen, mit einem Schwerpunkt von 16 cm vom Gelenk entfernt (Abbildung).



Welche Kraft muss der Bizeps ausüben, wenn man eine Kugel von 2 kg in der Hand hält und der Unterarm horizontal sein soll (Abstand Gelenk-Kugelschwerpunkt 34 cm)?
Müsste der Bizeps mehr oder weniger Kraft ausüben, wenn er näher am Gelenk wäre?

Aufgabe 8.2

Ein Seil ist um einen an der Symmetrieachse aufgehängten Zylinder ($m_z=2$ kg, Zylinderradius $r_z=10$ cm, Trägheitsmoment $J_z=0,5 m_z r_z^2$) gewickelt. Am Seil hängt eine Masse von $m=10$ kg. Welche Beschleunigung erfährt die am Seil hängende Masse und welche Winkelbeschleunigung der Zylinder? Tipp: Überlegen Sie ob es sein kann, dass sich die Masse nach unten wie im freien Fall bewegen kann und warum.



Aufgabe 8.3

Die Hülle eines kugelförmigen Wetterballons wiegt 5 kg. Wenn er mit Helium voll aufgepumpt ist, hat er einen Radius von 2,879m. Dieser Ballon soll Instrumente transportieren, die zusammen 10 kg wiegen. Die Dichten von Luft und Helium bei einer Temperatur von 0°C und einem Luftdruck von 1013 hPa betragen jeweils $\rho_L=1,29$ kg m⁻³ und $\rho_{He}=0,18$ kg m⁻³. Entscheiden Sie, ob der Ballon unter diesen Bedingungen überhaupt aufsteigen kann!

Aufgabe 8.4

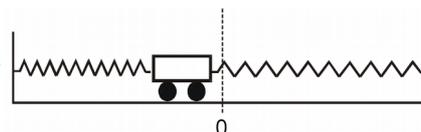
Ein Friseurstuhl funktioniert nach dem Prinzip der hydraulischen Presse. Der Sitz steht auf dem Arbeitskolben mit einem Durchmesser von 10 cm. Auf der anderen Seite verfügt die Vorrichtung über einen Stopfen von 10 cm² Fläche, der mit einem Fußpedal bedient werden kann. Welche Kraft muss zur Höhenänderung mit dem Pedal ausgeübt werden, wenn Stuhl, Gerätschaften und der darauf sitzende Student (m/w) zusammen 110 kg wiegen?

Aufgabe 8.5

Ein Messingdraht mit kreisförmigen Querschnitt und 0,8 mm Durchmesser ist unbelastet 960 mm lang. Auf welche Länge wird er gedehnt, wenn ein Körper der Masse 5,7 kg an ihn gehängt wird? (Elastizitätsmodul $E = 89 \cdot 10^3$ N/mm².)

Aufgabe 8.6

Betrachtet wird ein Wagen der Masse 1 kg, der beidseitig mit Federn an gegenüberliegenden Wänden befestigt ist. (Die Federn sind gleich.) Jemand verschiebt den Wagen nach links mit einer axialen Kraft von 10 N um 5 cm.



Geben Sie die Federkonstante an. Mit welcher Frequenz oszilliert der Wagen, wenn er unter Vernachlässigung der Reibung losgelassen wird? In welcher Position befindet sich der Wagen 0,2 s nach dem Loslassen? Welche Frequenz hätte die Schwingung wenn man eine Feder entfernen würde?

Aufgabe 9.1

Ein Federschwinger ($m=1\text{ g}$, $k=100\text{ N/m}$) führt eine gedämpfte Eigenschwingung aus, bei der sich die Amplitude bereits nach $0,2\text{ s}$ halbiert. Um wie viel unterscheidet sich die Eigenfrequenz des gedämpften Schwingers von der im ungedämpften Fall?

Aufgabe 9.2

Ein quaderförmiger Eisberg (Dichte von Eis $\rho_{\text{Eis}}=0,92 \cdot 10^3\text{ kg m}^{-3}$) schwimme in Meerwasser (Dichte des Meerwassers $\rho_{\text{MW}}=1,02 \cdot 10^3\text{ kg m}^{-3}$) und rage 10 m hoch über die Wasseroberfläche hinaus. In welcher Tiefe befindet sich die Unterseite des Eisbergs?

Aufgabe 9.3

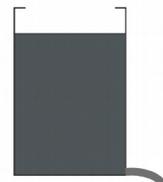
Ein mit Goldelementen verzierter Silberarmreif hat eine Masse von 48 g und somit ein Gewicht von $F_G=0,4709\text{ N}$. Wird er vollständig in Wasser (Dichte $\rho_w=1\text{ g cm}^{-3}$) eingetaucht, so reduziert sich das Gewicht auf $0,4415\text{ N}$. Welche Zusammensetzung (Massenanteile) hat der Armreif, wenn die Dichte von Gold $\rho_{\text{Gold}}=19,3\text{ g cm}^{-3}$ und die von Silber $\rho_{\text{Silber}}=10,5\text{ g cm}^{-3}$ beträgt? Tipp: die Aufgabenstellung bietet voneinander „unabhängige“ Informationen, die für sich alleine genommen diese Aufgabe nicht lösen können. Die Aufgabe wird gelöst, wenn diese Informationen miteinander kombiniert werden.

Aufgabe 9.4

In der sibirischen Taiga werden im Winter bei einer Temperatur von -30°C Eisenbahnschienen aus Stahl verlegt. Dabei wird darauf geachtet, dass zwischen den aufeinander folgenden Schienenenden ein Freiraum von 20 mm besteht. Welche Länge dürfen die Schienen nur haben, wenn man im Sommer mit Temperaturen von $+40^\circ\text{C}$ rechnen muss und es zu keinen Gleisverwerfungen kommen soll? (Längenausdehnungskoeffizient von Stahl $\alpha=1,17 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$.)

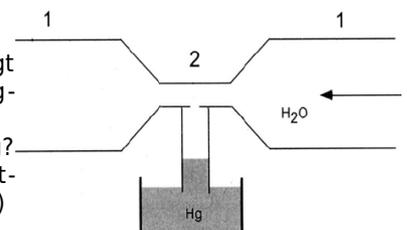
Aufgabe 9.5

Ein (offenes) Fass ist 1 m hoch mit Glühwein gefüllt. Mit welcher Geschwindigkeit fließt dieser anfangs durch den horizontal am Fassboden angebrachten Abfluss in den Becher des Studenten (m/w) und wie groß ist die Ausflusssgeschwindigkeit, wenn besagter Student (m/w) es zur Hälfte ausgetrunken hat? Tipp: erstellen Sie eine vorher/nachher Skizze der Gesamtsituation, vernachlässigen Sie die Sinkgeschwindigkeit des Weins im Fass und denken Sie an die Bernoulli-Gleichung.



Aufgabe 9.6

Durch das dargestellte Rohr strömt Wasser (Dichte $\rho_{\text{Wasser}}=1\text{ g cm}^{-3}$). In der Verengung beträgt der Rohrdurchmesser $d_2=7\text{ cm}$, davor und dahinter beträgt er $d_1=10\text{ cm}$. Vor und hinter der Verengung strömt das Wasser mit einer Geschwindigkeit von $v_1=4\text{ m/s}$. Wie groß ist die Strömungsgeschwindigkeit des Wassers innerhalb der Rohrverengung? Wie hoch steigt das Quecksilber, wenn der Gesamtdruck im Rohr dem äußeren Luftdruck entspricht? (Dichte des Quecksilbers $\rho_{\text{Hg}}=13,55\text{ g cm}^{-3}$, Luftdruck $p_{\text{Luft}}=1013\text{ hPa}$.)



Aufgabe WS.1

Nach dem Besuch des Glühweinstandes am Weihnachtsmarkt gehen Sie endlich nach Hause, als Ihnen etwas glänzendes auf der Straße auffällt: es ist eine Münze, die Sie vor ein paar Tagen verloren haben. Wie können Sie die Münze bemerkt haben, wenn weder Mond noch Sterne zu sehen sind und die Straßenbeleuchtung nicht funktioniert? (Auch keine Taschenlampe oder vorbeifahrenden Autos ...)

Aufgabe WS.2

Zeichnen Sie ein Rechteck mit drei Strichen.

Aufgabe WS.3

Sie nehmen an einer Expedition in die Arktis teil als Sie unerwartet von den anderen getrennt werden. Zum Glück finden Sie vor der bald anbrechenden Nacht eine leerstehende Hütte in der Sie übernachten können. In dieser finden Sie sogar eine alte Petroleumlampe. Das ist natürlich Glück, denn wenn Sie Licht hätten, können Sie in der Hütte nach etwas brauchbarem suchen, sich wärmen und den anderen, die sie bestimmt schon suchen, vielleicht Lichtzeichen geben. Sie stellen jedoch fest, dass, egal was Sie machen, der Docht in der Lampe einfach zu kurz ist, um in das eigentlich ausreichend vorhandene Petroleum eintauchen zu können. Das ist natürlich Pech, dann müssen Sie die Nacht doch im dunkel verbringen, oder? Was machen Sie?

**Aufgabe WS.4**

Sie bekommen die Aufgabe die Höhe des Universitätsgebäudes zu bestimmen. Als Hilfsmittel haben Sie nur ein Thermometer und eine Stoppuhr. Da der Hausmeister nett ist, wird er Ihnen sicher mit einfachen mechanischen Werkzeugen aushelfen und bei Bedarf Türen oder Fenster öffnen. Schreiben Sie alle Möglichkeiten auf, wie die Gebäudehöhe mit den vorhandenen Möglichkeiten bestimmt werden kann (es geht um Konzepte, nicht um Rechnungen).

Aufgabe WS.5

Sie haben eine physikalische Spielerei zu Weihnachten bekommen mit der sie nun herumspielen – es ist eine kleine mechanische Spielzeugkanone, die irgendwelche kleinen Objekte unter einem einstellbaren Winkel stets mit gleicher Geschwindigkeit von 8 ms^{-1} abschießt. Sie wollen testen ob die Physik stimmt und die gemessene Schussweite mit der berechneten vergleichen.

- Wie weit schießt die Spielzeugkanone in Abhängigkeit vom Winkel? Geben Sie dazu den analytischen Ausdruck an.
- Als nächstes drängt sich die Frage auf, ob es einen Winkel gibt, unter dem die Schussweite maximal ist.
- Zuletzt möchten Sie ihre Verwandten mächtig beeindrucken, die, von Ihnen aus gesehen, hinter dem Tannenbaum am Tisch sitzen und Kaffee trinken. Dazu wollen Sie ein Stück Würfelzucker so abschießen, dass es genau in Ihrer Kaffeetasse landet. Unter welchem Winkel muss das Zuckerstück abgeschossen werden um in die Tasse zu treffen? (Entfernung zur Kaffeetasse: 6m, gleiche Tischhöhe wie bei der Spielzeugkanone von 80 cm, Höhe des Tannenbaums: 2,5 m, Deckenhöhe des Raumes: 3,2 m, kein Luftwiderstand.)
- Wenn Sie das Stück Zucker tatsächlich unter dem berechneten Winkel abschießen, würden Sie die Tasse treffen?

Aufgabe 10.1

Bei seinem Auftrag die Welt zu retten findet sich James Bond in einer misslichen Lage wieder: auf der Suche nach dem Ausgang aus einem unterirdischen Labyrinth kommt er an die Stelle, wo der Korridor an einem Abgrund vorbeiführt – dort sollte sich eigentlich eine Leiter befinden die direkt zum Ausgang führt. Die Leiter wurde jedoch entfernt. Da es dunkel ist, kann er nicht sehen wie tief der Abgrund ist. Als Hilfsmittel findet er an der Wand lediglich eine Brandschutzausrüstung: einen aufgerollten Feuerlöschschlauch der Länge 150 m und eine Feuerwehraxt, dazu hat er natürlich auch eine Stoppuhr. Seine Idee ist naheliegend: er wirft die Axt in den Abgrund, misst die Zeit bis er den Aufprall hört und berechnet die Tiefe. Damit kann er entscheiden, ob es möglich ist sich mit dem Feuerwehrschauch abzuseilen. Den Aufprall hört er nach 6 Sekunden, überlegt, und beschließt einen anderen Weg zu suchen. Welche Tiefe hat er für den Abgrund ausgerechnet? Hat er vielleicht etwas übersehen? Was würden Sie an seiner Stelle machen?

Aufgabe 10.2

Schätzen Sie die Anzahl Luftmoleküle in einem Raum von $4 \times 6 \times 3 \text{ m}^3$ bei Standarddruck und Raumtemperatur (20°C) ab. Wie groß ist die Masse des eingeschlossenen Gases (1 Mol Luft wiegt ca. 29 g)?

Aufgabe 10.3

Der Druck von einem Liter Sauerstoff betrage 1013,25 hPa bei einer Temperatur von 40°C . Nach Expansion des Gases auf 1,5 Liter erhöht sich der Druck auf 1066,64 hPa. Welche Temperatur hat das Gas nach der Expansion und wie groß ist die Stoffmenge des Sauerstoffs?

Aufgabe 10.4

Ein Autoreifen wird bei einer Umgebungstemperatur von 27°C auf einen Druck von 0,2 MPa mit einem idealen Gas aufgepumpt. Nach längerer Autofahrt ist der Druck bei konstantem Volumen des Reifens um 5% gestiegen. Um wie viel hat sich die Reifentemperatur erhöht?

Aufgabe 10.5

Die von einem Sporttaucher ausgestoßenen Luftblasen verdoppeln ihr Volumen, wenn sie bis zur Wasseroberfläche bei gleich bleibender Temperatur aufsteigen, wo ein Druck von 10^5 Pa herrscht. In welcher Tiefe befindet sich der Taucher? (Dichte von Meerwasser $\rho_r = 1,02 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$.)

Aufgabe 11.1 (2 Punkte)

Eine Messingkugel hat bei einer Temperatur von 289K einen Radius von 20mm. Auf welche Temperatur darf sie maximal erwärmt werden, damit sie gerade noch durch einen kreisförmigen Ring vom Durchmesser 40,2 mm passt? (Längenausdehnungskoeffizient von Messing $\alpha=1,84\cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.)

Aufgabe 11.2 (2 Punkte)

Ein Fass, das im Leerzustand ein Volumen von 1 m^3 und eine Masse von 40 kg hat, enthält Benzin. Es treibt auf dem Greifswalder Bodden und ist bis zur Hälfte eingetaucht. Wie viel Liter Benzin enthält das Fass? (Dichte Meerwasser: $\rho_{\text{MW}}=1,02\cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, Dichte Benzin: $\rho_{\text{B}}=0,7\cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$)

Aufgabe 11.3 (2 Punkte)

Eine Gasflasche wird bei einer Temperatur von 20°C mit einem idealen Gas gefüllt, bis ein Druck von 20 MPa erreicht ist.

- Ab welcher Außentemperatur spricht ein Sicherheitsventil an, das auf ca. 22 MPa eingestellt ist?
- Auf welche Temperatur müsste das Gas erwärmt werden, um die mittlere kinetische Energie seiner Moleküle zu verdoppeln?

Aufgabe 11.4 (3 Punkte)

Zwei Autos rutschen an einer vereisten Kreuzung ineinander. Der 2,5 t schwere Kleintransporter fuhr ursprünglich mit einer Geschwindigkeit von 20 m/s nach Süden, während der 1,5 T schwere PKW mit 30 m/s nach Osten fuhr. Bei dem Zusammenstoß verhaken sich beide Fahrzeuge und rutschen gemeinsam unter einem Winkel α ungefähr in Richtung Südosten. Bestimmen Sie den exakten Winkel und die Geschwindigkeit, mit der beide Fahrzeuge unmittelbar nach dem Zusammenstoß weiterrutschen (keine Reibung).

Aufgabe 11.5 (3 Punkte)

Ein Baumstamm mit einem Durchmesser von 50 cm und einer Masse von 100 kg rollt einen 200m langen Hang mit einem Neigungswinkel von 20° gegenüber der Horizontalen hinab. Dabei wird potentielle Energie in kinetische Translations- und Rotationsenergie umgewandelt und ein Teil durch die Reibungsarbeit aufgezehrt.

- Mit welcher Geschwindigkeit würde der Stamm (ideale Zylinderform, Trägheitsmoment $J_z = 0,5 m_z r_z^2$) am Ende dieser Strecke ankommen, wenn 50% der Energie durch Reibung verloren gehen?
- Wie lange würde er dazu benötigen ?

Aufgabe 12.1

Ein Kupfertopf hat eine Masse von 500g, und ist 100°C heiß. (Spezifische Wärme von Kupfer $c_{\text{Cu}}=385,2 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.)

- Wie viel Wärmeenergie muss durch Kühlung abgeführt werden, damit die Topftemperatur exakt 0°C beträgt?
- Auf welche Temperatur könnte man mit dieser Wärmemenge 500g 0°C-kaltes Wasser erwärmen?

Aufgabe 12.2

Ein Kalorimeter besteht aus einer dünnen 150 g schweren Kupferschale, gefüllt mit 500 g Wasser bei 20°C. Von einem unbekanntes Material wird eine Probe von 225 g mit einer Temperatur von 508°C in das Wasserbad gesenkt. Daraufhin wird das Gefäß verschlossen. Nach ein paar Minuten hat das System eine Temperatur von 40°C angenommen.

- Welche spezifische Wärme hat die Probe? (Ignorieren Sie bei ihren Berechnungen alle Wärmeverluste.)

Aufgabe 12.3

Es ist heiß und Sie schwitzen. (Hauttemperatur 33°C, Verdampfungswärme von H₂O bei 33°C $q_w=2,42 \text{ MJkg}^{-1}$, Dichte $\rho_{\text{Wasser}}=1,0 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$)

- Mit welcher Rate (ml pro Sekunde) müssten Sie schwitzen, damit 500J thermische Energie pro Sekunde vom Körper abgeführt werden können?
- Wird man auch gekühlt, wenn man sich abtrocknet?

Aufgabe 12.4

Für zwei Tassen Tee werden 0,5 Liter Wasser der Anfangstemperatur 18°C erwärmt. Der benutzte Wasserkocher hat eine elektrische Leistung von 0,8 kW, ist gut isoliert und seine Wärmekapazität ist vernachlässigbar. (Spezifische Wärme $c_{\text{Wasser}}=4,187 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, mittlere Dichte $\rho_{\text{Wasser}}=1,0 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$.)

- Nach etwa wie viel Minuten siedet das Wasser bei 98 °C?

Aufgabe 12.5

Durch das Verbrennen von Steinkohle kann Energie gewonnen werden (spezifische Verbrennungswärme von Steinkohle $q_v=320 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1}$, spezifische Wärmekapazität des Wassers $c_{\text{Wasser}}=4,2 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$).

- Wie viel Steinkohle muss verbrannt werden, um eine Energie von 638 MJ zu erzeugen?
- Wie viele kg Wasser können mit dieser Verbrennungsenergie von 15°C auf 65°C unter der Annahme einer 100%igen Energieübertragung erwärmt werden?
- Wie lange könnte eine Familie mit einer von den Elektrizitätswerken gelieferten elektrischen Energie, welche der Verbrennungsenergie entspräche, bei einem durchschnittlichen Verbrauch von 3000 kWh pro Jahr ihren Bedarf decken?
- Schätzen Sie ab, wie viel CO₂ dabei entsteht.

Aufgabe 12.6

Im Sommer (Außentemperatur 36°C) freuen Sie sich über eine Klimaanlage (Innentemperatur 21°C). Der Kühlfaktor (Wirkungsgrad) einer Klimaanlage berechnet sich aus dem Verhältnis von der bei Innentemperatur aufgenommenen Wärmemenge zu der geleisteten Arbeit, die erforderlich ist, um die Wärmemenge nach außen zu transportieren.

- Geben Sie den theoretisch möglichen (idealen) Kühlfaktor der Klimaanlage (Carnot-Prozess) an.
- Nun öffnet jemand ein Fenster, so dass 5 MJ Wärmeenergie innerhalb einer Stunde in den Raum gelangen. Wie viel Arbeit muss die Klimaanlage pro Stunde leisten, um diese Wärmeenergie wieder abzutransportieren?
- Wie viel Wärmeenergie wird bei diesem Prozess („entfernen“ der durch das offene Fenster eingebrachten Wärmeenergie) pro Stunde insgesamt an die Umgebung abgegeben?

Aufgabe 13.1 (2P)

In einem Kalorimeter vernachlässigbarer Wärmekapazität werden 2,5 kg zerkleinertes Eis (0°C) und 10 kg Wasser (65°C). (Spezifische Schmelzwärme des Eises $q_{\text{Eis}}=334 \text{ Jg}^{-1}$ und die spezifische Wärmekapazität des Wassers $c_{\text{Wasser}}=4,2 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)

- Welche Mischungstemperatur stellt sich ein?
- Was passiert, wenn dem Eis eine Energie von 835 kJ zugeführt wird?

Aufgabe 13.2 (2P)

Sie fahren in einem Zug (100 km/h) und werfen einen Testkörper der Masse 1 kg auf dem Fenster. (Abwurfgeschwindigkeit 10 m/s, Winkel zur Bewegungsrichtung des Zuges 30°)

- Welche Geschwindigkeit bezüglich des Bodens hat das Testobjekt unmittelbar nach dem Abwurf? Tipp: zeichnen Sie zunächst eine Skizze.

Lösen Sie die nachstehenden Aufgaben und bewerten Sie diese selbst. In einer 90 minütigen Klausur hätten Sie zur Lösung jeder dieser Aufgaben durchschnittlich etwa 15 Minuten Zeit. Wie müssten Sie die Aufgaben gelöst (und aufgeschrieben) haben, um das Erlangen der vollen Punktezahl zu rechtfertigen? Nach welchen Kriterien sollten Ihrer Meinung nach Aufgaben dieser Art bewertet werden?

Aufgabe 13.3 (Ehemalige Klausuraufgabe für 3 Punkte)

Ein kugelförmiger Stein (Trägheitsmoment $J=0,4mr^2$) rollt aus einer Höhe von 200 m einen Berg hang hinab ins Tal. Mit welcher Geschwindigkeit würde er theoretisch ankommen, wenn 50% der anfänglichen potenziellen Energie an die Umgebung verloren gehen?

Aufgabe 13.4 (Ehemalige Klausuraufgabe für 2 Punkte)

Ein 20m breites Schiff wird durch ein Förderband mit Schüttgut beladen. Das Förderband ragt in einer Höhe von 12m über dem Schiffsdeck waagrecht bis zur Mitte des Schiffes. Ab welcher Geschwindigkeit des Bandes würde das Schüttgut über den Schiffsrand hinaus ins Wasser fallen?

Aufgabe 13.5 (Ehemalige Klausuraufgabe für 3 Punkte)

Als Leiter einer Polarexpedition müssen sie in der Planungsphase entscheiden, ob Sie einen leichten 1,3 kW-Kocher mit einer Eigenmasse von 1kg oder besser doch einen etwas schwereren Kocher der Leistung von 2,9 kW-Kocher und der Eigenmasse 1,5 kg mitnehmen. Da das Gewicht der Ausrüstung so minimal wie möglich bleiben soll, andererseits jedoch zu gewährleisten ist, dass täglich mehrmals 5 Liter kochendes (100°C) Wasser innerhalb von jeweils 30 Minuten aus Eis zu gewinnen sind, müssen Sie die richtige Entscheidung fällen. Ermitteln Sie, ob beide oder nur einer der Kocher geeignet sind, um 5 Liter Wasser aus Schnee bzw. Eis zu gewinnen und auf 100°C innerhalb von 30 Minuten zu erhitzen. Dabei ist ein Wärmeverlust von 20% zu berücksichtigen. (Spezifische Schmelzwärme des Eises $q_{\text{Eis}}=334 \text{ Jg}^{-1}$ und die spezifische Wärmekapazität des Wassers $c_{\text{Wasser}}=4,2 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, Dichte des Wassers $\rho_{\text{Wasser}}=1,0 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$)